

# A confluência de ideias para criar um espaço de aprendizagem da geometria<sup>12</sup>

GD10

Méricles Thadeu Moretti  
MTM/PPGECT/UFSC

Celia Finck Brandt  
PPGE/UEPG

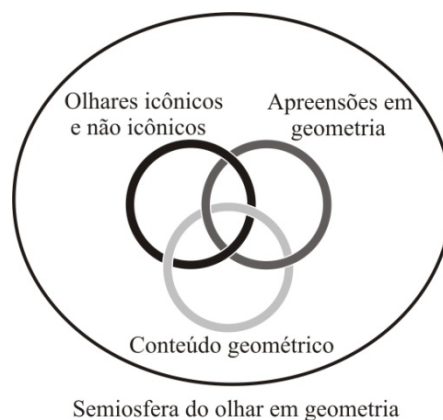
**Resumo:** A presente discussão pretende, a partir das ideias de Duval sobre as apreensões e dos olhares em geometria criar um ambiente favorável à aprendizagem da geometria. A este ambiente, denominaremos, em referência à Lotman, de semiosfera da aprendizagem da geometria. A ideia é pensar um espaço semiótico em que diversos registros possam interagir de modo a contribuir para a aprendizagem da geometria no ensino fundamental.

**Palavras-chave:** Semiosfera do olhar. Ensino de geometria. Apreensões em geometria. Olhar em geometria

## INTRODUÇÃO

Os caminhos para discutir a criação de um espaço para a aprendizagem da geometria são sintetizados na figura espacial do Nó de Borromeu a seguir.

**Figura 1:** Relação entre diversos sistemas semióticos que compõem a semiosfera do olhar em geometria.



**Fonte:** Moretti (2013, p. 300)

Podemos destacar nesta figura, de imediato, as seguintes ideias:

- a ideia dos olhares icônicos e não icônicos em Duval (2005);
- a ideia das apreensões na aprendizagem em geometria ainda em Duval (1995, 1997, 2012A, 2012B).
- com a inclusão do conteúdo geométrico a ser tratado, os sistemas semióticos que compõem o ambiente de aprendizagem são integrados à ideia de semiosfera desenvolvida por Lotman (1990, 2005). Além dessas ideias, traremos para discussão a questão da

<sup>1</sup> Em Moretti (2013), a semiosfera da aprendizagem da geometria é construída considerando os trabalhos de Duval e de vários autores que trataram sobre capacidade espacial.

<sup>2</sup> Conta com o apoio do CNPq.

designação que é fundamental na resolução de problemas em matemática, em particular, na resolução de problemas em geometria.

Lotman concebe a ideia de semiosfera em analogia ao conceito de biosfera de Vladimir I. Vernadsky<sup>3</sup> em que “a totalidade e o todo orgânico da matéria viva e também a condição para a continuação da vida”, a define como:

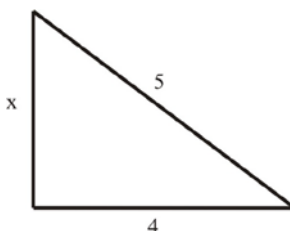
... um espaço semiótico para a existência e funcionamento de linguagens, não a soma total das diferentes linguagens; em um certo sentido, a semiosfera tem uma existência prévia e está em constante interação com as linguagens. LOTMAN (1990, p. 123).

## AS APRENSÕES NA APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Para compreender, como se dá a aprendizagem da geometria, é preciso levar em conta a ideia das apreensões desenvolvida por Duval (1995, p. 173 - 207 e 2012B, p. 120 - 153): as apreensões perceptiva, discursiva, operatória e sequencial. Algo que podemos destacar é a posição central da à **apreensão perceptiva** que tem a fundamental **função de identificação**. Sobre elas Duval escreve:

Não importa qual a figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas e outra controlada que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva de elementos figurais. DUVAL (2012B, p. 120, 121)

Esta citação alerta para o fato de que uma figura não é o que ela mostra, mas o que ela é sensada mostrar, em geral, o que está no enunciado. O exemplo estudado por Mello (1999, p. 65), a seguir, é um exemplo da relação entre as apreensões perceptiva e discursiva: “Calcule os valores possíveis de  $x$  na figura, dados os comprimentos na mesma unidade de medida”.



Neste problema, a posição do triângulo determina, em geral, o tipo de tratamento a ser empreendido. Os alunos são compelidos, pela apreensão perceptiva da figura, à aplicação do Teorema de Pitágoras. Dois fatores exercem esta influência: a posição do triângulo que sugere fortemente um ângulo reto em uma posição bastante privilegiada (lados horizontais e verticais) e os valores 4 e 5 que lembram a tríade pitagórica 3, 4 e 5 conhecida de muitos alunos, sobrepujando o que está expresso na formulação da questão "**Calcule os valores possíveis de  $x$  ...**". Esta impressão inicial, quando nos deparamos com uma figura, é individual, é a apreensão perceptiva da figura que precisa ser levada em conta quando pretendemos ensinar ou aprender geometria. O que se chama de **figura geométrica** é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva: é preciso ver a figura geométrica a partir do que é dito e não das formas que se destacam ou das propriedades evidentes. Além disso, Duval alerta para o fato de que:

---

<sup>3</sup> V. I. Vernadsky geólogo russo especialista em geoquímica.

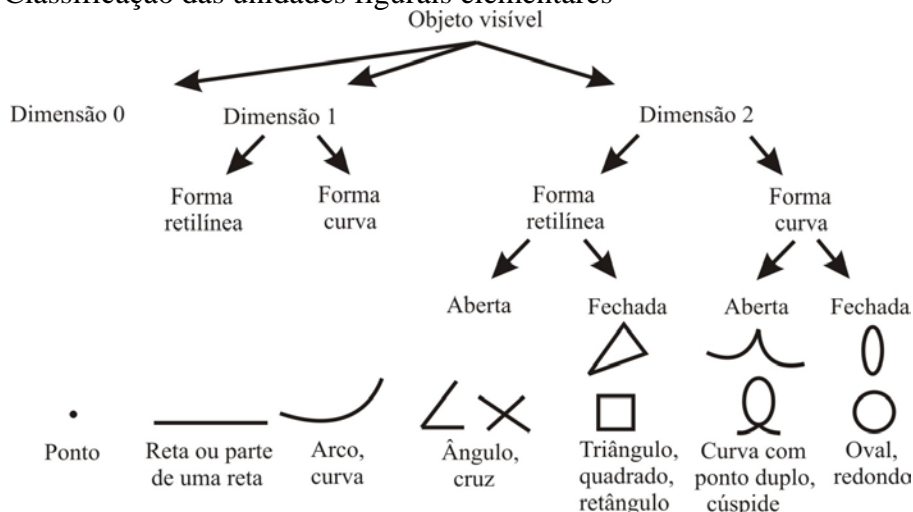
A necessidade de coordenar os tratamentos que se originam dos registros figurais e discursivos, a falsa proximidade entre os tratamentos matematicamente pertinentes e aqueles espontaneamente praticados em cada um desses dois registros, comandam os problemas ligados à aprendizagem da geometria. DUVAL (1995, p. 174)

Os problemas de aprendizagem da geometria encontram explicação nas dificuldades dessa coordenação e, também, nos tratamentos espontâneos ligados a cada um desses registros, os registros figural e discursivo (ver Figura 2 a seguir). Dois aspectos podem ser ressaltados a partir dos elementos que compõem uma figura: a exigência de uma avaliação qualitativa desses elementos (curva aberta, fechada, redonda, oval, reta, ponto, arco, etc.) e levar em conta a dimensão (D0, D1, D2, D3). Sobre a dimensão, Duval escreve:

Mesmo uma figura aparentemente reduzida a uma só unidade de dimensão figural 2 (um quadrado, por exemplo) só é uma figura, em matemática, à condição de que seja considerada como uma configuração de unidades figurais de dimensão 1 (os segmentos formando os lados), uma vez que são as relações (paralelismo, simetria, tangência,...) entre as unidades figuras elementares o conteúdo pertinente de uma figura geométrica. Duval (1995, p. 178)

A figura do exemplo 1, tratado a seguir, é de um trapézio (D2), uma figura fechada e convexa. Para a resolução do problema, esta figura é transformada na figura E2, a composição de um retângulo e um triângulo, ambos D2. No entanto, no momento em que a fórmula da área do trapézio deve ser fornecida, o que são olhados nessas figuras: o ponto (D0), para definir os lados  $b$  e  $B - b$  ambos D1. A causa de insucesso em muitos problemas em geometria está na dificuldade de olhar uma figura nas dimensões inferiores ao que é dada. Neste exemplo, é preciso olhar elementos em D0 e D1 em uma figura D2 e ainda permanecer, em alguns momentos, em D2.

**Figura 2:** Classificação das unidades figurais elementares



**Fonte:** Duval (1995, p. 177)

Duval (1995, p. 181-182) argumenta que, no lugar do termo apreensão perceptiva, se pode também dizer **apreensão gestáltica**. A **gestalt** ou **psicologia da forma** procura entender como as figuras organizam-se e são percebidas pelo sujeito. Algumas leis da

gestalt que são importantes para a aprendizagem da geometria são as seguintes (GOMES FILHO, p. 27 - 38): **Unidade**. Uma figura que pode ser consubstanciada em um único elemento, ainda que em um sentido mais amplo, pode ser entendida como um conjunto de vários elementos, configurando o todo como um único elemento. A foto de uma multidão, o conjunto caracteriza um todo, uma multidão, mas cada indivíduo também pode ser considerada uma parte desse todo, um elemento; **Pregnância da forma**. “As forças de organização da forma tendem a ser visto de tal modo que a estrutura resultante é tão simples quanto o permitem as condições dadas”; a possibilidade perceptiva de destacar, evidenciar, separar, unidades formais em um todo ou em partes desse todo; **Fechamento**. As forças de organização da forma encaminham-se para uma ordem espacial que tende para a formação em todos fechados. É importante observar que a Gestalt trata é da sensação, uma figura pode não estar fisicamente fechada, mas ser percebida como tal; **Continuidade**. É a sensação de como as partes de uma figura se sucedem para formar um todo coerente, sem quebras, interrupções na sua fluidez visual; **Proximidade**. Os elementos próximos um dos outros tendem a ser vistos como unidades dentro de um todo.

Quanto à forma, as figuras podem organizar-se em diversas dimensões: ponto, linha, plano e volume. Pode ainda ter uma configuração real ou esquemática e quanto à categoria conceitual, as figuras organizam-se em harmonia, desarmonia, equilíbrio (simetria), desequilíbrio (assimetria) e contraste. Em uma figura, “É impossível construir rigorosamente o todo pela adição das partes” (GUILLAUME, 1979, p. 47).

#### - APREENSÃO OPERATÓRIA

Na resolução de problemas que envolvem figuras, podemos distinguir dois níveis, um primeiro nível corresponde ao nível da apreensão gestaltica que influencia fortemente o segundo nível que é o da **apreensão operatória**, das operações sobre as figuras com fins heurísticos, de descoberta da resolução do problema.

A apreensão operatória trata das modificações geométricas possíveis em uma figura e que podem ser feitas de muitas maneiras (Tabela 1). Um olhar nesta tabela nos mostra uma grande diversidade de possibilidades. Vamos abordar algumas delas, a seguir, a partir de exemplos muito comuns em livros didáticos.

**Tabela 1:** tipos de apreensão operatória de figuras.

Tipo de modificação figural	Operações que constituem a produtividade heurística	Fatores que interferem na visibilidade
Modificação mereológica	- Reconfiguração intermediária - Imersão	- Característica convexa ou não convexa das partes elementares
Modificação ótica	- Superposibilidade - Anamorfose	- Recobrimento parcial - Orientação
Modificação de posição	- Rotação - Translação	- Estabilidade das referências do campo perceptivo para o suporte das figuras

**Fonte:** Duval (2012B, p. 127).

A **apreensão sequencial** é especialmente requisitada em atividades de construção geométrica.

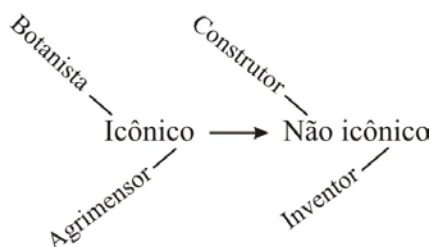
As apreensões não aparecem de forma isolada. Em algum problema, uma pode ser mais requisitada do que outra, todas elas aparecem em maior ou menor grau. Veremos, a seguir, em vários exemplos em que a reconfiguração intermediária é utilizada, a sinergia das várias apreensões na resolução de um mesmo problema. Os problemas em geometria tornam-se mais complexos, mesmo aqueles com aparência simples, pelo fato de existir até uma quádrupla apreensão na resolução desses problemas o que pode elevar o grau de não congruência semântica. Dependendo do problema, a articulação, principalmente, entre dois ou mais tipos de apreensão pode ser requerida na sua resolução. Duval (1997) destaca quatro delas: (1) o que chamamos de **figura geométrica** é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva: é preciso ver a figura geométrica a partir das hipóteses e não das formas que se destacam ou das propriedades evidentes. A apreensão discursiva é subordinada pela apreensão perceptiva; (2) o que chamamos de **visualização** é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e operatória. A visualização não exige nenhum conhecimento matemático, mas ela pode comandar a apreensão operatória; (3) A **heurística e demonstração** é o resultado da conexão entre as apreensões operatória (que é subordinada pela apreensão perceptiva) e discursiva; (4) a **construção geométrica** é o resultado da conexão entre as apreensões discursiva e sequencial que também requerem a apreensão perceptiva.

Por estas articulações descritas podemos perceber o destaque que tem a apreensão perceptiva na aprendizagem da geometria: as apreensões operatória, discursiva e sequencial subordinam-se, em maior ou menor grau, dependendo do tipo de problema, à apreensão perceptiva. Esta importância da apreensão perceptiva leva Duval (2005, p. 5 - 12) a caracterizar diversas maneiras de olhar as quais sintetizamos na figura 3 a seguir.

### A EVOLUÇÃO DOS OLHARES EM GEOMETRIA

Podemos perceber que o esquema da figura 3 possui uma orientação que vai do olhar do botanista a um olhar mais elaborado, o olhar do inventor; apreender a olhar em geometria é aprender a fazer os olhares deste percurso. O passo inicial é a aprendizagem do olhar icônico sem perder de vista o olhar não icônico. O **olhar botanista** é aquele que permite reconhecer o contorno de formas, diferenciar um triângulo de um quadrilátero ou de uma figura oval, é um “olhar qualitativo”. As atividades que exigem este tipo de olhar possuem muito pouco do que poderia se chamar de atividade em geometria. Muitas vezes são confundidas como tal por tratarem de figuras geométricas euclidianas típicas e poderiam portar sobre qualquer outro tipo de forma de figura, como por exemplo, sobre formas diferentes de folhas de árvores.

**Figura 3:** as quatro maneiras de olhar uma figura geométrica



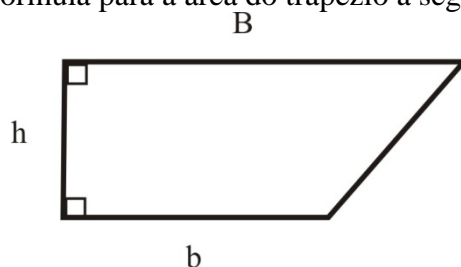
**Fonte:** Moretti (2013, p. 293) a partir de Duval (2005, p. 5 - 12).

Não há nenhum tipo de propriedade, medida ou relação que precisa ser reconhecida em atividades que requerem este tipo de olhar, apenas observar semelhanças e diferenças sem, no entanto, quantificá-las ou estabelecer relações métricas entre elas. Mas, as qualidades requeridas neste olhar preparam os alunos para os demais olhares. O **olhar**

**agrimensor** é aquele que faz medidas no terreno e consegue passar essas medidas para o plano do papel. As atividades que exigem este tipo de olhar são aquelas que passam de uma escala de grandeza a outra: “neste tipo de atividade, as propriedades geométricas são as mobilizadas para fins de medida”, como por exemplo, o procedimento utilizado por Erastóstenes para medir o raio da terra (DUVAL, 2005, p. 6). O **olhar do construtor** se forma no uso de instrumentos, régua não graduada e o compasso, verdadeiramente o aluno pode tomar consciência que uma propriedade geométrica não é apenas uma característica perceptiva (DUVAL, 2005, p. 6). Atualmente, alguns programas computacionais, como por exemplo, o *GeoGebra* e o *Cabri géomètre* podem substituir o uso desses instrumentos. O olhar do **inventor** é aquele que, para resolver um problema, adiciona traços na figura dada, opera sobre a figura e a modifica para descobrir um procedimento de resolução. Um exemplo de uma atividade para o inventor é: como dividir um triângulo em duas partes para que essas partes possam ser acopladas para formar um paralelogramo (DUVAL, 2005, p. 6). Esses olhares caminham de um lado a outro lado conforme as apreensões em geometria são exigidas. No olhar do botanista, essencialmente é a apreensão perceptiva que é exigida. Na outra ponta, todas as apreensões participam das atividades do olhar do inventor.

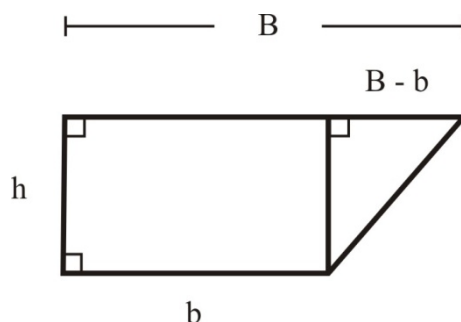
## DISCUSSÃO DE EXEMPLOS

**Exemplo 1:** Estabelecer a fórmula para a área do trapézio a seguir.



Modificações nesta figura e que levam a figura a seguir, nos permitem obter a fórmula para o cálculo da área deste trapézio.

**Figura E1:** Reconfiguração intermediária para um tipo de resolução para o problema do exemplo 1.



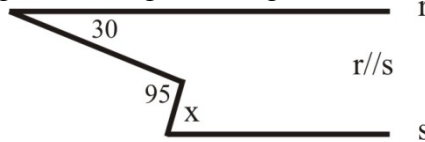
**Fonte:** os autores.

Com o traço feito, o trapézio da figura E1 pode ser agora visualizado como a composição de um retângulo e um triângulo retângulo. Outra questão, nem sempre evidente, é a **identificação** e a **designação** das arestas dessas figuras: a área procurada é a soma das áreas do retângulo de dimensões  $b$  e  $h$  e do triângulo retângulo de catetos  $B - b$  e  $h$ . Portanto,  $A = bh + \frac{(B - b)h}{2} = \frac{(B + b)h}{2}$ .

O traço vertical, para formar o triângulo retângulo de altura  $h$  e lado  $B - b$ , foi fundamental para a obtenção desta fórmula. Esta operação utilizada é denominada **reconfiguração intermediária** e é bastante comum no ensino de geometria em todos os níveis de ensino: é um dos tipos possíveis de **modificação mereológica** (ver Tabela 1) de

uma figura. A apreensão perceptiva não exige nenhum conhecimento matemático, mas pode comandar a apreensão operatória. As apreensões perceptiva e operatória andam lado a lado e o que resulta da conexão entre elas é o que se chama de **visualização**: o traço efetuado na figura do Exemplo 1 é “provocado” pela apreensão perceptiva. Observemos que não basta fazer o traço do segmento de reta, é preciso que haja também a identificação. O olhar exigido para a resolução deste problema é de um olhar não icônico, o olhar de inventor.

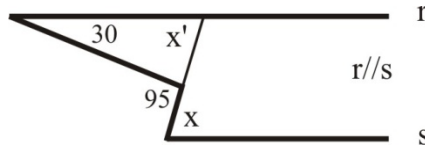
**Exemplo 2.** Determinar o ângulo  $x$  na figura, a seguir, sendo as medidas dadas em graus.



**Fonte:** os autores.

Um simples traço acrescido na figura deste problema, o prolongamento de um segmento, conforme apontado na figura a seguir, torna o problema bem mais simples.

**Figura E2:** Reconfiguração intermediária para um tipo de resolução para o problema do exemplo 4.



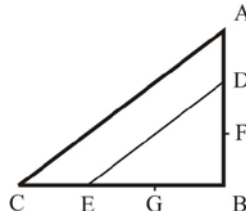
**Fonte:** Os autores.

Este traço traz à tona a congruência dos ângulos  $x$  e  $x'$  (alternos internos) e a conta pode ser feita:  $x = x' = 180^\circ - (30^\circ + 85^\circ) = 65^\circ$ . Para resolução deste problema é necessário que haja as **identificações**: os ângulos  $x$  e  $x'$  são congruentes (ângulos alternos internos) que possuem forma retilínea, aberta e D2;  $95^\circ$  e  $85^\circ$  são ângulos suplementares; a soma dos ângulos internos de um triângulo vale  $180^\circ$  (triângulo formado com o traçado efetuado). Novamente o olhar do inventor é exigido na resolução deste problema.

**Exemplo 3:** ABC é um triângulo retângulo em B.  $AD = DF = FB = 1/3 AB$

$CE = EG = GB = 1/3 CB$

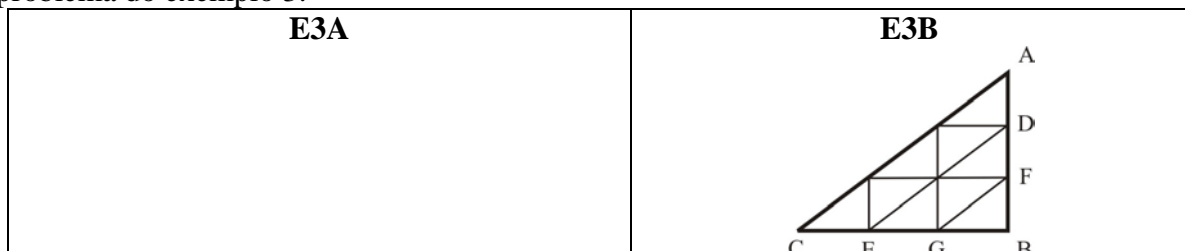
Comparar as áreas DEB e ACED. Justificar a resposta.

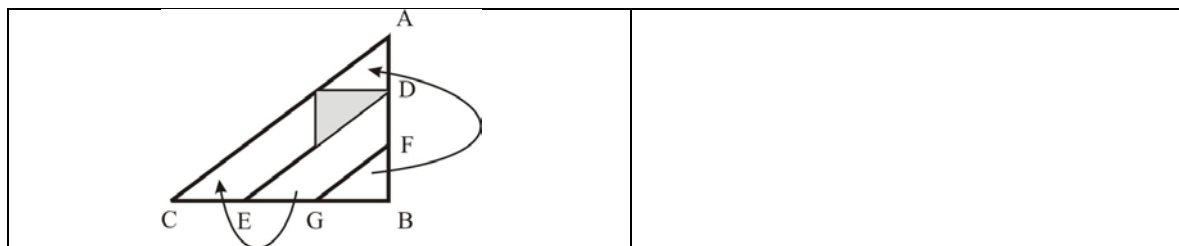


**Fonte:** Adaptado de PADILLA SANCHES (1992, p. 62)

Apresentamos, a seguir, duas soluções fornecidas pelos alunos de uma pesquisa levada a efeito por PADILLA SANCHES (1992).

**Figuras E3A e E3B:** Dois exemplos de reconfiguração intermediária para a resolução do problema do exemplo 3.





**Fonte:** Adaptado de PADILLA SANCHES (1992, p. 66, 67).

Em Ambas soluções é utilizada essencialmente a reconfiguração intermediária. No caso em E3A, cada sub-figura do triângulo DEB é identificada, pelo aluno, com uma sub-figura de ACED de mesma área para concluir que um triângulo (sombreado na figura E3A) não está relacionado e, deste modo, ACED tem área a mais do que o triângulo DEB. Na figura E3B, o aluno preenche o triângulo com uma malha triangular do modo mostrado e conta o número de pequenos triângulos de mesma área para chegar a conclusão que ACED tem mais pequenos triângulos do que no triângulo DEB, são 5 contra 4. Portanto, ACED tem mais área do que o triângulo DEB. Para uma resolução que utilize fórmulas para o cálculo das áreas das figuras envolvidas, mesmo assim é necessário que uma reconfiguração seja pensada. Se  $S_X$  representa da área da figura X,

$$AD = DF = FB = a \text{ e } CE = EG = GB = b, \text{ temos o seguinte: } S_{ACB} = \frac{3a \times 3b}{2} = \frac{9ab}{2} \text{ e}$$

$$S_{DEB} = \frac{2a \times 2b}{2} = \frac{4ab}{2}. \text{ Deste modo, } S_{ACED} = S_{ACB} - S_{DEB} = \frac{9ab}{2} - \frac{4ab}{2} = \frac{5ab}{2}.$$

Os cálculos feitos acima mostram que  $S_{ACED}$  é maior do que  $S_{DEB}$ . Para estabelecer a área de ACED é necessário pensar em uma reconfiguração: subtrair da área da figura do triângulo ACB a área do triângulo DEB. O primeiro tipo de solução permanece, essencialmente, em D2, em que áreas são comparadas. O segundo tipo de resolução exige a passagem para D1 e D0 na construção da malha triangular. O modo feito por meio dos cálculos das áreas, também a passagem de D2 para D1 e D0 da figura é necessária quando das identificações dos segmentos utilizados na fórmula para os cálculos das áreas. Em todos os tipos de resolução apresentados, os olhares do inventor são exigidos neste exercício. É, portanto um exercício de geometria bastante completo.

No exemplo 4, a seguir, há uma armadilha criada pela apreensão gestáltica “A é menor que B”, o que pode explicar que a resposta, a mais frequente, que o perímetro e a área de A são menores do que em B. Esta questão submetida a um grupo de 392 alunos do primeiro ano do ensino médio, obteve 76% para a resposta correta para a área e 31% para a resposta correta para o perímetro.

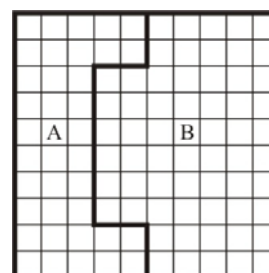
#### Exemplo 4

Assinale a resposta correta:

- a)  
 O perímetro da parcela **A** é igual ao perímetro da parcela **B**  
 O perímetro da parcela **A** é maior do que o perímetro da parcela **B**  
 O perímetro da parcela **A** é menor do que o perímetro da parcela **B**

**B**  
 Explique tua escolha.

- b)  
 A área da parcela **A** é igual a área da parcela **B**  
 A área da parcela **A** é maior do que a área da parcela **B**  
 A área da parcela **A** é menor do que a área da parcela **B**





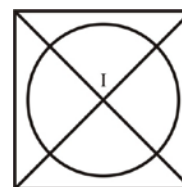
Explique tua escolha.

**Fonte:** Adaptado do Relatório CAPES/COFECUB (1996)

Há ainda 41% que respondem corretamente a questão sobre a área, mas se deixam levar pela apreensão perceptiva e erram a questão sobre o perímetro. Para acertar estas questões é preciso ver um grande quadrado (D2) repartido a partir dos meios dos dois de seus lados opostos em duas partes diferentes A (D2) e B (D2) por um traço comum (D1). É esta mudança dimensional requerida na percepção que dificulta: ainda o fundo quadriculado reforça a predominância da apreensão das unidades figurais D2 sobre a apreensão das unidades D1. Em relação à resposta sobre a área, a figura é congruente com a questão. Mas, para o caso do perímetro, a congruência semântica que é levada pela apreensão perceptiva encaminha ao erro. A questão exige a passagem do olhar do botanista para o olhar do agrimensor, é necessário passar do olhar icônico ao não icônico e fazer medidas para não se deixar levar pela apreensão gestáltica.

**Exemplo 5:** Considere a figura e as frases a seguir:

- a - Chame de **I** o ponto onde as diagonais se cortam
- b - Desenhe um quadrado com 5cm de lado
- c - Trace o círculo de centro em **I** no interior do quadrado
- d - Trace as diagonais do quadrado



Para reproduzir a figura, é preciso estabelecer a ordem das frases **a, b, c, d**.

Encontrar a ordem dessas frases: não é preciso reescrevê-las, apenas indicá-las pelas letras.

**Fonte:** Adaptado do Relatório CAPES/COFECUB (1996).

Perceptivamente a figura superpõe três unidades figurais: um quadrado, as suas diagonais e um círculo interior de centro I. A ordem a ser estabelecida exige a apreensão sequencial. Três instruções são dadas nomeando explicitamente cada uma destas três unidades figurais, a quarta sendo apenas uma instrução de designação do ponto I. Não existe, portanto nenhuma dificuldade de reformulação levando em conta as propriedades a utilizar que desvie para outra figura auxiliar. Esta questão, submetida a um grupo de 392 alunos do primeiro ano do ensino médio, obteve 23% para a resposta correta (ordem bdac) e 39% de respostas para a ordem que começa por bd (ordem bdac ou bdca). A resolução deste exercício exige não mais do que no olhar icônico.

A questão, a seguir, exige a construção da figura dada no exemplo 9 com o uso de instrumentos.

**Exemplo 6:** Construa a figura seguindo, na ordem, as instruções seguintes:

- a - Desenhe um quadrado com 5cm de lado;
- b - Trace as diagonais do quadrado;
- c - Chame de **I** o ponto onde as diagonais se cortam;
- d - Trace o círculo de centro em **I** no interior do quadrado.

**Fonte:** Adaptado do Relatório CAPES/COFECUB (1996).

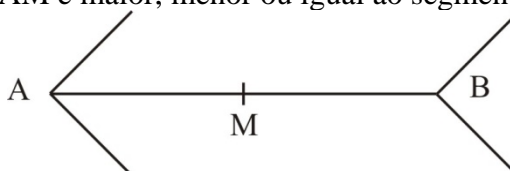
A questão do exemplo 6 é uma questão de construção geométrica com o uso de instrumentos, requer todas as apreensões: perceptiva, sequencial, discursiva e operatória. A primeira instrução parece ser a mais complexa de todos, muitos alunos podem fazer o quadrado sem tomar o cuidado com a perpendicularidade dos lados contíguos e do paralelismo dos lados opostos. A questão pode ser feita sobre folha quadriculada o que vai

tornar mais simples a construção do quadrado e, conseqüentemente, da figura como um todo. A construção vai exigir diversas passagens das dimensões D0 (pontos), D1 (segmentos de reta), D2 (quadrado e círculo). A resolução deste exercício exige o olhar de construtor e é mais complexa do que a resolução do exercício do exemplo 4 que requer não mais do que o olhar icônico. A questão também pode ser formulada para ser executada em um ambiente informático, com o uso de software de construção geométrica, como por exemplo, o *GeoGebra* que é livre.

### Conclusões

Os diversos elementos presentes na aprendizagem da geometria que tomam por base as apreensões e os olhares em geometria formam uma semiosfera que permite organizar o ensino e a aprendizagem da geometria no ensino básico. O olhar, na organização das atividades, deve compreender desde o olhar icônico ao não icônico. Para resolver o problema a seguir, por exemplo, será necessário o olhar do agrimensor:

**Exemplo 7:** O segmento AM é maior, menor ou igual ao segmento MB?



**Fonte:** adaptado de Guillaume (1979, p. 91).

Perceptivamente o segmento AM é menor do que o segmento MB. Se se fôssemos nos deixar levar pela apreensão perceptiva, possivelmente daríamos uma resposta errada. Para responder corretamente é necessário medir e verificar que os segmentos AM e MB possuem o mesmo comprimento: é o olhar do agrimensor exigido para a resolução do problema. A apreensão perceptiva pode comandar as demais apreensões, em geral, é na apreensão operatória que a busca da solução encontra eco. A ligação entre ambas denomina-se visualização, é preciso visualizar para entrar na resolução do problema. Para isto é preciso considerar os aspectos relacionados a gestalt na percepção, as unidades organizacionais (Figura 2) e as possibilidades de modificações que as figuras podem oferecer (Tabela 1). A este conjunto de elementos que participa na formulação e resolução de problemas em geometria, damos o nome de semiosfera de aprendizagem em geometria.

### Referências bibliográficas

- DUVAL, R. Diferenças semânticas e coerência matemática. Trad. Méricles T. Moretti. REVEMAT, v.7, n.1, Florianópolis: UFSC/MTM/PPGECT, 2012A. (Disponível em <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>)
- DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Trad. Méricles T. Moretti. REVEMAT, v.7, n.1, Florianópolis: UFSC/MTM/PPGECT, 2012B. (Disponível em <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>)
- DUVAL, R. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. Annales de Didactique et Sciences Cognitives, v. 10, p. 5 - 53. IREM de Strasbourg, 2005.
- DUVAL, R. La notion de registre de représentation sémiotique et l'analyse du fonctionnement cognitif de la pensée. Curso dado à PUC/SP, 1997.
- DUVAL, R. Sémiotique et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang, 1995.
- GOMES FILHO, João. Gestalt do objeto: sistema de leitura visual. São Paulo: Escrituras, 2004.
- GUILLAUME, Paul. La Psychologie de la forme. Paris: Flammarion, 1979.

LOTMAN, Yuri M. *The universe of the mind: a semiotic theory of culture*. Trad. Ann Shukman. Londres: I. B. Tauris & Co. LTD, 1990.

LOTMAN, Jury. *On the semiosphere*. Tradução Wilma Clark. *Sign Systems Studies*, 33.1, 2005. (Disponível em <http://revistas.pucsp.br/index.php/galaxia/index>).

MORETTI, Mércles T. *Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria*. *Acta Scientiæ*, v. 15, n. 2, p. 289-303. Canoas, 2013.

Relatório Capes/Cofecub n. 174/95. Relatório das atividades referentes ao período de junho de 1995 a agosto de 1996. Brasília, 1996.