

PARÂMETROS BALIZADORES DA PESQUISA EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA NO BRASIL
PESQUISA EM EDUCAÇÃO ALGÉBRICA

Marcelo Câmara dos Santos¹

Os resultados obtidos em avaliações de larga escala têm demonstrado a grande dificuldade dos alunos da escola básica no trabalho com álgebra. Os resultados dos estudantes nas provas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) mostram que, nos itens referentes à álgebra nesses instrumentos, raramente os alunos atingem o índice de 40% de acertos. O Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco (SAEPE) revela, em seus resultados, que apenas um em cada cinco estudantes do 9º ano do ensino fundamental consegue, por exemplo, identificar uma equação do 2º grau que expressa um problema.

Lins e Gimenez (2005) consideram que o fracasso em álgebra significa um fracasso absoluto na escola, e que um dos principais obstáculos a esse aprendizado é que “a álgebra escolar representa o que eles chamam de “momento de seleção”, na educação escolar. Segundo esses autores, existe uma grande dificuldade em perceber a existência de uma ruptura epistemológica nessa passagem do raciocínio aritmético para o algébrico, o que exige uma transição para a introdução de uma nova linguagem e forma de raciocínio lógico-matemático.

Alguns pesquisadores estudaram dificuldades a partir do ponto de vista epistemológico (CHEVALLARD, 1992 e KIERAN, 1994). Eles colocaram em evidência a existência de uma ruptura entre o raciocínio em aritmética e em álgebra. Vergnaud e Cortes (1987), por sua vez, ampliam para uma dupla ruptura epistemológica, no que se refere a uma nova forma para o tratamento dos problemas habituais, e a introdução de objetos matemáticos novos, como equação e incógnita. No plano cognitivo, B. Grugeon (1995) afirma que as competências algébricas são estruturadas segundo duas dimensões: instrumento (capacidade de produzir expressões algébricas que traduzem um problema) e objeto (aspecto sintático e semântico das expressões algébricas para manipulá-las formalmente).

Segundo Da Rocha Falcão (1993), a provável reação dos estudantes quando são introduzidos à álgebra elementar reflete uma perspectiva parcial acerca da álgebra, frequentemente veiculada nos manuais (livros didáticos) e enfatizada em sala de aula. Nessa perspectiva, a álgebra se refere basicamente a um conjunto de regras de manipulação que permitem passar, por exemplo, da equação à resposta. Dito de outra forma, a álgebra somente

¹ Esse texto contou com a valiosa colaboração do professor Jadilson Almeida, Universidade Federal Rural de Pernambuco.

seria considerada como um objeto matemático, abandonando-se o seu caráter de ferramenta. Tal perspectiva não tem sentido nos estudos em psicologia da educação Matemática. Pesquisas recentes nesse domínio têm demonstrado a necessidade de se considerarem ambos os aspectos – objeto e ferramenta – constitutivos desse campo conceitual (VERGNAUD, CORTES & FAVRE-ARTIGUE, 1987; CHEVALLARD, 1989, 1990; CORTES, VERGNAUD e KAVAFRAN, 1990). Para Vergnaud, pode-se falar de um “campo conceitual da álgebra elementar” mas, sendo uma unidade muito ampla para a investigação experimental, ele prefere tratar, por exemplo, de um “campo conceitual das equações de 1º grau (lineares)”.

Diferentes estudos (FALCÃO, 1996, POMERANTSEV e KOROSTELEVA, 2002 e TELES, 2004), porém, não conseguem delimitar com a devida clareza os tipos de obstáculos que poderiam explicar a origem dos erros e dificuldades apontados, isto é, se os erros e dificuldades apontados são, por exemplo, motivados por obstáculos de origem epistemológica ou didática (BROUSSEAU, 1997). Mesmo os estudos que se propuseram a identificar concepções de alunos e professores, referentes a conceitos algébricos (KIERAN, 1995 e LIMA BORBA e DA ROCHA FALCÃO, 2004), que muitas vezes são responsáveis por algum tipo de erro cometido pelo aluno, não deixam devidamente claro se o uso inadequado de tais concepções é decorrente de algum tipo de obstáculo.

Isso tem levado, em particular a partir dos anos oitenta, a um número importante de investigações sobre a álgebra escolar, abrindo um vasto leque de questionamentos. Dentre eles, destacamos, para esse Fórum de Discussão, três questões de partida para o debate:

- Que ênfase deve ter o ensino de álgebra na educação básica? Pensamento ou linguagem?
- Que álgebra deve estar presente na educação básica?
- Quais as tendências atuais de pesquisas em educação algébrica?

Pensamento ou linguagem no ensino de álgebra

Durante muito tempo o ensino de álgebra estava voltado essencialmente para a manipulação mecânica de símbolos no papel. Prevalcia, essencialmente, o transformismo algébrico e, segundo pesquisadores como Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), as pesquisas em educação matemática não se preocupavam, até então – final da década de 80 – em pesquisar sobre o ensino de álgebra. Esses pesquisadores lembram que dentre as mais de 150 pesquisas, entre teses e dissertações em educação matemática produzidas no Brasil entre 1972 e 1990, nenhuma tinha como objeto de estudo a álgebra escolar.

Apesar de pesquisas atuais (KAPUT, 2008; SILVA; SAVIOLI, 2010) indicarem que o ensino mecânico, no qual a ênfase se encontra na linguagem algébrica, não é suficiente para que os alunos aprendam de forma significativa

os conceitos algébricos, ainda hoje encontramos, em muitas escolas, essa forma de ensinar. Araújo (2008) lembra que o “pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem na escola” (p. 338-339). Para essa pesquisadora, o ensino de álgebra nas escolas brasileiras ainda está voltado muito mais para a manipulação de símbolos, para o transformismo algébrico.

Essa forma de ensinar a álgebra nos dias atuais talvez seja vestígio do percurso histórico dessa disciplina no Brasil. Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) destacam três fases da álgebra escolar no Brasil, uma antes do movimento da matemática moderna (MMM), chamada de “linguístico-pragmática”, outra durante esse movimento, a “fundamentalista-estrutural” e, por fim, uma depois do movimento da Matemática moderna, a “fundamentalista-analógica”.

Na concepção “linguístico-pragmática” prevalecia

a crença de que a aquisição, ainda que mecânica, das técnicas requeridas pelo ‘transformismo algébrico’ seria necessária e suficiente para que o aluno adquirisse a capacidade de resolver problemas, ainda que esses problemas fossem, quase sempre, artificiais, no sentido de que não era a natureza e relevância deles que determinavam os conteúdos algébricos a serem aprendidos, mas a forma como ‘fabricar’ um problema para cuja solução tais e tais tópicos, tidos como indispensáveis, deveriam ser utilizados (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 83-84).

Essa forma de se ensinar a álgebra tinha, quase sempre, uma sequência de tópicos que partia do estudo de expressões e de suas operações até chegar às equações, finalizando com a resolução de problemas.

Na segunda concepção de educação algébrica, a “fundamentalista-estrutural”, que se intensifica durante o movimento da Matemática moderna, o ensino de álgebra perde o seu papel pragmático, e se volta para “os aspectos lógico-estruturais dos conteúdos e a precisão da linguagem” (ARAÚJO, 2008, p. 333). Durante esse período a álgebra assume um lugar de destaque na escola, passando a desempenhar o papel de “fundamentador dos vários campos da Matemática escolar” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993 p. 84).

Esse período, que se inicia nos anos 60, é fortemente lembrado até hoje pela introdução da teoria dos conjuntos na educação básica e pela “adoção de um certo formalismo na linguagem e à valorização das estruturas algébricas” (BÚRIGO, 2010, p. 278). Nessa época, o ensino de álgebra é voltado fortemente para a valorização da linguagem simbólica, e de cálculos algébricos, como lembra Búrigo (2010), ao refletir sobre um livro didático da época.

A lógica que faz o ‘cálculo literal’ preceder o das ‘equações’ parece ser, então, o de apresentar inicialmente o conceito mais abrangente de ‘expressões algébricas’ para depois apresentar as equações como casos particulares de igualdades e aplicar, na resolução de equações, as propriedades e técnicas já estudadas no ‘cálculo com letras’ (p. 287).

Portanto, assim como a primeira concepção de educação algébrica, a “linguístico-pragmática”, a segunda, a “fundamentalista-estrutural”, também

está voltada muito mais para o ensino mecânico e automatizado, no qual o destaque é na manipulação da linguagem no papel, sem sentido, desvinculada de fatos reais. A mudança essencial é a perda do caráter pragmático, útil para resolver problemas.

Após o declínio do MMM, a partir da segunda metade da década de 70, surge a terceira concepção de educação algébrica, a “fundamentalista-analógica”, que tenta realizar uma síntese entre as duas concepções anteriores, tendo em vista que “procura, por um lado, recuperar o valor instrumental da álgebra e, por outro, manter o caráter fundamentalista – só que não mais de forma lógico-estrutural – de justificação das passagens presentes no transformismo algébrico” (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 84). A diferença entre essa concepção e as primeiras é que nela as justificativas dos transformismos algébricos são realizadas “não com base nas propriedades estruturais, mas, sim, por meio do uso de modelos analógicos geométricos (blocos de madeira ou mesmo figuras geométricas) ou físicos (como a balança) que visualizam ou justificam as passagens do transformismo algébrico” (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005, p. 4).

Percebemos, portanto, que desde o início do ensino de Matemática no Brasil, até depois do movimento da matemática moderna, o ensino da álgebra na educação básica era voltado essencialmente para o transformismo algébrico, o qual reduzia o pensamento algébrico à linguagem algébrica. Só a partir do fracasso do MMM é que se começa a discutir que essa maneira de ensinar álgebra, voltada essencialmente para a linguagem e técnicas sem sentido, não atende aos anseios da escola.

Só a partir do final dos anos 80 e início dos anos 90 é que pesquisadores em educação matemática começam a se preocupar com o ensino e a aprendizagem da álgebra, período em que começam a aparecer pesquisas focadas no “modo como os alunos desenvolvem a sua compreensão de conceitos e procedimentos algébricos” (CYRINO; OLIVEIRA, 2011, p. 100).

A partir dos anos 90, com o interesse de entender os modos de produzir significados pelos alunos para os objetos e processos da álgebra, surgem diversas pesquisas, como as de Lins (1992), Kaput, (1999, 2008), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Arcavi (2005), Blanton e Kaput (2005), Almeida (2015).

Para esses pesquisadores, o centro da aprendizagem da álgebra deve ser o pensamento algébrico, e o ensino voltado para a manipulação de técnicas e de símbolos sem sentido não é suficiente, não possibilita ao estudante entender a álgebra como deveria. O ensino de álgebra na educação básica, começando desde os anos iniciais até o ensino médio, deve estar voltado muito mais para a construção de significado e o desenvolvimento do pensamento algébrico, em detrimento da manipulação da linguagem algébrica. Para esses autores, o estudante aprenderá de forma significativa os objetos algébricos se, no cerne do ensino da álgebra, estiver o pensamento algébrico.

Araújo (2008) lembra que o ensino de álgebra deve ser focado em atividades que levem as crianças a construir significado daquilo que estão aprendendo. Para essa pesquisadora,

se não se introduzir a álgebra de maneira significativa, conectando os novos conhecimentos aos conhecimentos prévios que os alunos já possuem, se aos objetos algébricos não se associar nenhum sentido, se a aprendizagem da álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação (p. 336-337).

Essa pesquisadora lembra ainda que, para ocorrer as mudanças necessárias para um ensino de álgebra significativo, no qual os estudantes entendam o sentido dos objetos algébricos estudados, “é preciso que se contemple além dos aspectos formais, a construção do pensamento algébrico” (Ibid. p. 338). Assim como essa pesquisadora, Lins (1992) defende a ideia de que pensar algebricamente é uma forma de construir significado para álgebra e sua linguagem.

Além disso, não existe uma ordem hierárquica entre esses fenômenos, ou seja, o aluno não desenvolve primeiro o pensamento algébrico para só depois construir significado para a álgebra e sua linguagem. Isso ocorre de forma concomitante, isto é, o aluno desenvolve o pensar algebricamente e, conseqüentemente, constrói significado para álgebra e sua linguagem e, quanto mais significado da álgebra e de sua linguagem é construído pelo aluno mais ele desenvolve o pensamento algébrico.

Entretanto, falar em construir significado para a álgebra e sua linguagem não significa, necessariamente, que o uso da linguagem simbólica formal demonstra um pensamento algébrico. Por exemplo, o aluno pode pensar algebricamente quando percebe as relações existentes entre as operações com números naturais, identificando suas propriedades, como a comutatividade, sem, necessariamente, representá-las em uma linguagem simbólica.

Pesquisas, como as de Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), Câmara e Oliveira, (2010) e Silva e Savioli (2012), revelam que os estudantes não precisam, necessariamente, dominar uma linguagem algébrica simbólica formal para desenvolver aspectos referentes ao pensamento algébrico. Esses pesquisadores perceberam, em seus estudos, que algumas crianças têm condições de lidar e de desenvolver aspectos relacionados ao pensamento algébrico antes de serem apresentadas a uma linguagem algébrica simbólica formal.

Duval (2003) destaca, na teoria dos registros de representações semióticas, que para um sujeito elaborar o conceito de um determinado objeto matemático é necessário que ele o reconheça em diferentes linguagens, uma vez que não temos acesso a um objeto matemático a não ser por meio de um registro de representação. Portanto, representar e reconhecer, por exemplo,

uma equação em diferentes linguagens, natural, simbólica, etc., é essencial para o aluno construir o conceito desse objeto matemático.

Álgebra no currículo

No Brasil, o ensino de Álgebra é introduzido antes mesmo da independência de Portugal, sendo incorporada às matérias tradicionalmente exploradas, como a Aritmética, a Geometria e a Trigonometria. Nesse período, as atividades algébricas se baseavam na repetição de procedimentos e no mecanicismo, sem preocupação com a sua compreensão.

No início dos anos 60, com o surgimento do Movimento da Matemática Moderna (MMM), entra em cena a ideia de elementos unificadores, como a teoria dos conjuntos e as estruturas algébricas. Uma das preocupações desse movimento seria superar a maneira mecânica como vinha sendo tratada a Álgebra na escola. Entretanto, o fortalecimento da Álgebra levou a um certo enfraquecimento da Geometria, que passa a ter um forte componente algébrico e perde espaço no ensino.

Com o declínio do MMM, surge um movimento para uma retomada mais importante da Geometria na escola. Ao mesmo tempo, a perda da importância do trabalho com conjuntos parece ter impactado o ensino de Álgebra nas escolas, o que nos leva à questão do currículo de Matemática.

O Brasil é um dos poucos países do mundo que não é contemplado com uma base curricular comum, tarefa que vem sendo delegada a propostas curriculares específicas para as diferentes redes de ensino e, em muitos casos, pelo livro didático adotado na escola. Caracterizar o trabalho com a Álgebra na escola significa investigar em duas frentes, as propostas curriculares e o livro didático.

Desde a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1988, 1989), os conteúdos da Matemática escolar têm sido agrupados em quatro blocos, *Geometria, Grandezas e medidas, Tratamento da informação e Números e operações/Álgebra e funções*. Entretanto, diversas propostas curriculares estaduais e municipais já agrupam os conteúdos em cinco blocos, separando *Números e operações* de *Álgebra e funções*. No âmbito federal, o documento intitulado “Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental”, publicado pelo Ministério da Educação, apresenta a Álgebra como um dos eixos estruturantes. Percebe-se, assim, uma maior preocupação com a educação algébrica nas propostas curriculares.

Por outro lado, o livro didático aparece com forte presença em sala de aula sendo, muitas vezes, a principal fonte de referência para o professor, determinando a qualidade das aprendizagens realizadas pelo estudante. Segundo o Guia do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD de 2013 (BRASIL, 2012),

Ele é mais um interlocutor que passa a dialogar com o professor e com o aluno. Nesse diálogo, tal texto é portador de uma perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo de se conseguir compreendê-lo mais eficazmente (p.10).

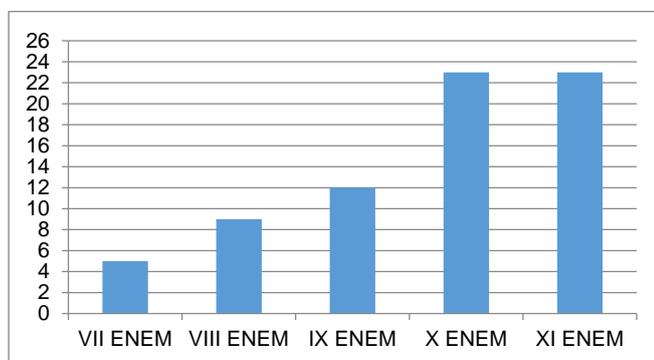
Desse ponto de vista, torna-se importante investigar as abordagens do trabalho algébrico nos manuais de ensino. Por exemplo, Almeida e Câmara (2014) investigaram como os livros didáticos de sétimo ano tratam os problemas de estrutura algébrica. Os resultados mostraram que, em grande parte, os problemas apresentados ou são de natureza aritmética ou possuem como objetivo tão somente servir de pretexto para a exploração de técnicas de resolução de equações. Pode-se, assim, questionar que concepções de álgebra estão presentes nos livros didáticos de Matemática.

Perspectivas atuais de pesquisas em educação algébrica

Como dito anteriormente, só a partir dos anos 80 é que se intensificam as pesquisas em educação matemática com o objetivo de entender os processos de ensino e aprendizagem da álgebra. No Brasil, em particular, até 1990 não tinha sido produzido, como colocam Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), nenhum trabalho acadêmico, tese ou dissertação, com esse objetivo.

Atualmente já percebemos uma maior preocupação dos pesquisadores nesse campo de conhecimento, observando a evolução do número de artigos apresentados nos últimos cinco Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), apresentado no gráfico a seguir.

Gráfico 1. Números de artigos apresentados nos ENEM sobre educação algébrica



Fonte: Anais dos ENEM

Verificamos, a partir do gráfico 1, que no VII ENEM, que aconteceu em 2001, no Rio de Janeiro, foram apresentados apenas cinco trabalhos que tinham, de alguma forma, a álgebra como objeto de estudo. Já no último, realizado em 2013 em Curitiba, foram apresentados vinte e três artigos, indicando um aumento considerável no número de pesquisas realizadas nessa área.

Mas, quais são as linhas de pesquisas desses trabalhos? Trazemos para iniciar essa discussão alguns dos temas que estão sendo pesquisados em educação algébrica nos dias de hoje. Entretanto, isso não significa que outros temas, que não apareçam aqui, não estejam sendo investigados.

- ✓ Construção de significado em álgebra: um dos temas que está sendo discutido com grande intensidade nas atuais pesquisas em educação algébrica é a construção de significado para a álgebra e sua linguagem. Muitos autores apontam a necessidade de se entender como levar os alunos a aprender de forma significativa esse campo matemático. Nesse cenário surgem as pesquisas que buscam caracterizar e entender o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que, para que os alunos construam significado para a álgebra e sua linguagem, é essencial que eles desenvolvam essa forma peculiar de pensar (LINS, 1992; ARCAVI, 2005; BLANTON; KAPUT, 2005; KAPUT, 2008; SILVA; SAVIOLI, 2012; BORRALHO; BARBOSA, 2011; ALMEIDA, 2015).
- ✓ Uso das TIC no ensino da álgebra: outro campo de pesquisa em educação algébrica atual é o uso das tecnologias da informação e comunicação no processo de ensino e de aprendizagem da álgebra. Pesquisas apontam que o uso dessas ferramentas ajuda consideravelmente os alunos na construção de conceitos algébricos. Nogueira (2010), por exemplo, percebeu que a resolução de problemas e as TIC podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que levam os alunos a “interpretar, pensar, abstrair, conjecturar/refutar resultados e processos e a aplicar o que aprendem às situações do seu cotidiano” (p. 5). Por conta disso, muitos pesquisadores tentam entender as potencialidades das TIC no ensino da álgebra (SIQUEIRA, 2009; NOGUEIRA, 2010, SOUZA; SHERER, 2013).
- ✓ Álgebra e formação de professores: levar os alunos a ter uma aprendizagem significativa da álgebra deve ser um dos objetivos dos professores de Matemática. Entretanto, pesquisas apontam a necessidade de investigar como os professores de Matemática compreendem, por exemplo, o pensar algebricamente, ou o que eles devem fazer para levar seus alunos a desenvolver essa forma de pensar. Diante desse cenário, surgem pesquisas que buscam discutir a álgebra na formação dos professores, seja na formação inicial ou na continuada (ALMEIDA; CÂMARA, 2014; BRANCO, 2012; GODINO, Et al 2014; CYRINO; CALDEIRA, 2011; BRANCO; PONTE, 2011)
- ✓ Representações algébricas: algumas pesquisas atuais buscam entender como os alunos fazem a conversão entre os registros de representações de objetos algébricos. Essas pesquisas utilizam, em grande parte, a teoria dos registros de representações semióticas de Duval (2003). Para esses pesquisadores, entender o processo de conversão de uma linguagem a outra como, por exemplo, de um problema em linguagem natural para a linguagem algébrica, é fundamental para levar o estudante a compreender os objetos algébricos (ANDRÉ, 2000, COSTA, 2010, LOPES, 2013).

Para finalizar, é importante ressaltar que as questões apresentadas anteriormente não esgotam as problemáticas relativas à educação algébrica, mas servem tão somente para lançar o debate sobre a pesquisa na área.

Referências

- ALMEIDA, J. R. **Modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico: o caso dos problemas de partilha**. Tese de doutorado em desenvolvimento em ensino das ciências. UFRPE, 2015.
- ALMEIDA, J. R.; CÂMARA, M. Análise dos problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau nos livros didáticos de matemática. In: **Boletim GEPEM**, (Online), n. 64, Rio de Janeiro, 2014
- ANDRÉ, R. C. de M. **Investigando a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica: o equacionamento de enunciados de problemas à luz dos registros de representação semiótica**. Dissertação de mestrado em educação. UFPE, 2007.
- ARAÚJO, E. A. **Ensino de álgebra e formação de professores**. In: Educação Matemática Pesquisa (Online), v. 10, n. 2, São Paulo, 2008.
- ARCAVI, A. El desarrollo y el uso del sentido de los símbolos. In: **Conferência plenária no encontro de investigação em educação matemática**. Caminha, Portugal, 2005. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DA/DA-bibliografia.htm>. Acesso em 23/07/2014
- BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. In: **Journal for Research in Mathematics Education**. v. 36, n. 5. 2005
- BORRALHO, A.; BARBOSA, E. Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico. In: **Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**, Recife, 2011.
- BRANCO, N. A representação de relações e a generalização na exploração de tarefas de um ponto de vista algébrico: um estudo com futuros professores e educadores. In: **Interações**. n. 20, Portugal, 2012.
- BRANCO, N.; PONTE, J. P. A álgebra na formação inicial de professores dos primeiros anos: Uma experiência de formação. In: **Indagatio Didactica**, v. 3, n. 1, Portugal, 2011.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2013: Matemática**. – Brasília: MEC, 2012.
- BÚRIGO, E. Z. Tradições Modernas: reconfigurações da matemática escolar nos anos 1960. In: **Boletim de Educação Matemática – BOLEMA** (Online), v. 23, n. 35B. Rio Claro – SP, 2010
- CÂMARA, M.; OLIVEIRA, I. Estratégias utilizadas por alunos de 6º ano na resolução de problemas de estrutura algébrica. In: **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**, Salvador, 2010.
- CHEVALLARD, Y. Le passage de l'arithmétique à l'algèbre. Perspective curriculaire : la notion de modélisation. In **Petit X**, n 19, pp. 45-75, IREM de Grenoble.1992.
- COSTA, W. R. **Investigando a conversão da escrita natural para registros em escrita algébrica em problemas envolvendo equações de primeiro grau**. Dissertação de mestrado em educação matemática e tecnológica. UFPE, 2010.
- CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Pensamento Algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. In: **Boletim de educação Matemática – BOLEMA** (Online), v. 24, n. 38, Rio Claro – SP, 2011.
- DA ROCHA FALCÃO, J. T. *A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas*. In Schillieman, A.D, Carraher, D.W., Spinillo, A.G., Meira, L.L, & Da Rocha Falcão, J.T. (orgs) **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997.

- DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.), **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003.
- FIorentini, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: **Seminário Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo e na Formação de Professores**. Lisboa, 2005. Disponível em: <http://www.educ.fc.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc>. Acesso em: 02 de novembro de 2010.
- GODINO, J. D.; AKÉ, L. P.; GONZATO, M.; WILHELMI, M. R. Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar: implicaciones para la formación de maestros. In: **Enseñanza de las Ciencias**, (Online), v. 32, n. 1. Espanha, 2014
- KAPUT, J. BLANTON, M. L.; MORENO, Algebra from a symbolization point of view. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.), **Algebra in the Early Grades**. Lawrence Erlbaum Associates. New York, 2008.
- KIERAN, C. Duas Abordagens Diferentes entre os Principiantes em Álgebra. In **As ideias da Álgebra**. Organizado por Coaxford, A. F & Shulte, A. P. Tradução de Domingues, H. H. São Paulo, SP. Actual. 1994.
- LIMA BORBA, V. M. e DA ROCHA FALCÃO, J. T. Análise clínico-descritiva das concepções dos professores de matemática do ensino fundamental acerca da álgebra elementar como campo conceitual e conteúdo didático-pedagógico. In: **Anais do VIII Encontro de Educação Matemática**, Recife, PE, 2004.
- LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. Tese (Doctor of Philosophy) – School of Education, University of Nottingham, Nottingham, UK: 1992
- LOPES, S. P. Registros de representações semióticas no estudo das funções polinomiais de segundo grau. In: **anais do XI ENEM**, Curitiba, 2013.
- MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou geometria: para onde pende o pendulo. In: **Pro-Posições**, v. 3, n. 1, 1992
- NOGUEIRA, D. M. C. R. **Desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 10º ano no tema funções através da resolução de problemas com recurso às TIC**. Dissertação de Mestrado em Ciências da Educação. Universidade do Minho. Portugal, 2010.
- POMERANTSEV, L. & KOROSTELEVA, O. **Do Prospective Elementary And Middle School Teachers Understand The Structure Of Algebraic Expressions?** California State University, Long Beach, CA 90840-1001. 2002.
- SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. In: **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP. UFSCar, v. 6, nº 1, 2012.
- SIQUEIRA, J. E. M. **Equações quadráticas: articulando suas formas algébricas e geométricas via um aplicativo ad hoc**. Dissertação de mestrado em Ensino das Ciências, UFRPE, 2009.
- SOUZA, F. E. S.; SHERER, S. Aulas de matemática e o uso de laptop no ensino da álgebra. In: **anais do XI ENEM**, Curitiba, 2013.
- TELES, R. A. M. A Relação entre a Aritmética e a Álgebra na Matemática Escolar: a influência da compreensão das propriedades da igualdade e o conceito de operações inversas na resolução de equações polinomiais do 1º grau. In: **Anais do VIII Encontro de Educação Matemática**, Recife, PE, 2004.
- VERGNAUD, G. Introduction de l'algèbre auprès de débutants faibles, Problème épistémologiques et didactiques in Actes du **Colloque de Sèvres : Didactique et acquisition des connaissances scientifiques**, Editions La Pensée Sauvage, 1987.