

GEOMETRÍA ANALÍTICA CON GEOGEBRA

APORTES PARA SU ENSEÑANZA

Dirección General de Cultura y
Educación de la Pcia de Buenos Aires
Dirección de Capacitación Docente
Argentina

San Pablo 2011

Capacitación a distancia

The screenshot displays the 'abc Campus Virtual' website. The header includes the logo 'abc CAMPUS VIRTUAL', the text 'Buenos Aires LA PROVINCIA', and 'DIRECCIÓN GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN'. A user login prompt 'Usted no se ha identificado. (Entrar)' is visible in the top right.

The main content area is titled 'Presentación' and contains the following text:

Bienvenid@s a **abc Campus Virtual**, el entorno virtual de enseñanza-aprendizaje de la Dirección General de Cultura y Educación.

abc Campus Virtual permite generar acciones de capacitación con llegada a los docentes del sistema educativo provincial de cualquier punto geográfico de la provincia de Buenos Aires utilizando las nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

Este recurso tecnológico es un servicio que disminuye al mínimo la importancia determinante del tiempo, el espacio y el costo para la capacitación presencial con las mismas actividades formativas y calidad de enseñanza.

También, reduce considerablemente los tiempos de difusión, distribución y actualización de la información, logrando una mayor homogeneidad en las acciones de capacitación.

Desde el año 2006 **abc Campus Virtual** ha contribuido a la capacitación de más de 30.000 maestros/as y profesores/as en sus aulas virtuales, con una oferta de cursos para todas las áreas y modalidades del sistema educativo.

Les deseamos un excelente experiencia de enseñanza y de aprendizaje!!

El equipo web de la Dirección de Producción de Contenidos.

Below the main text is a section titled 'Categorías'.

The left sidebar contains a 'Navegación' menu with links to 'Página Principal', 'Calendario', and 'Cursos'. Below it is a 'Categorías' menu with expandable options: 'Nivel Inicial', 'Nivel Primario', 'Nivel Secundario', 'Nivel Superior', 'Todos los Niveles', and 'General'. A link for 'Todos los cursos...' is also present.

The right sidebar features an 'Entrar' login form with fields for 'Nombre de usuario' and 'Contraseña', and an 'Entrar' button. Below the form is a link: '¿Ha extraviado la contraseña?'. At the bottom of the sidebar is a 'Calendario' widget showing the month of 'noviembre 2011' and a calendar grid.

Lun	Mar	Mié	Jue	Vie	Sáb	Dom
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Objetivos

Con distinto grado de generalidad, y especialmente centrados en la temática seleccionada se pretende que los docentes participantes puedan:

- Interpretar el enfoque acerca de la enseñanza de la Matemática adoptado en el Diseño Curricular del Nivel.
- Actualizar conocimientos disciplinares y didácticos.
- Reconocer la complementariedad entre la Geometría Sintética y la Geometría Sintética.

- Identificar **problemas relevantes** del aprendizaje y de la enseñanza Geometría Analítica en la Educación Secundaria, y elaborar herramientas conceptuales que les permitan abordarlos
- Valorar la **potencia didáctica** de la utilización de los software, especialmente el Geogebra, como recurso de enseñanza.
- **Revisar críticamente las prácticas docentes** propias y ajenas a la luz de marcos teóricos específicos, reflexionando en forma individual y cooperativa, a través de los espacios de comunicación virtual.

Contenidos

- En esta presentación nos referimos a algunas situaciones de capacitación que nos permiten abordar los siguientes contenidos:

Contenidos

De la Geometría analítica

- **La enseñanza usual de la Geometría Analítica: ruptura con la Geometría Sintética y Geometría Analítica. Los límites de Geometría Sintética: el sentido de la Geometría Analítica.**

Del Geogebra

- **Aplicación de los distintas prestaciones del Geogebra en la resolución de problemas del campo**

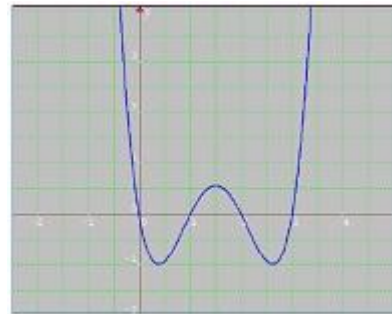
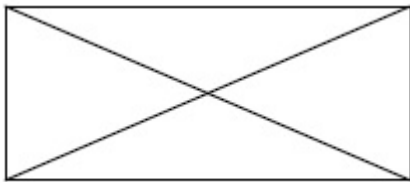
Otros contenidos

- [Las formas de representación en matemática](#)
- Los [problemas](#) como condición necesaria pero no suficiente para lograr aprendizajes matemáticos: el espacio de la reflexión sobre lo actuado.
- La [gestión del docente](#) y las interacciones en la clase.
- La [secuencia didáctica](#)



Las formas de representación en matemática

- su especificidad en la validación y el control de problemas de Geometría Analítica

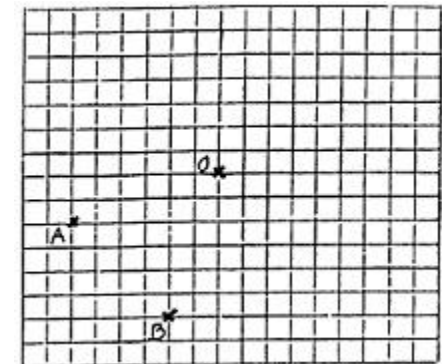
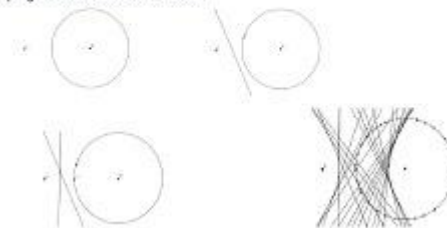


$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

A	X
24	10
32	8
40	6
44	5
68	-1
76	-3



Se dibuja una circunferencia y un punto exterior a ella. Se marcan puntos sobre la circunferencia.
 Se realizan dobleses de modo que el punto exterior coincida con cada uno de los marcados en la circunferencia.
 Los pliegues irán delimitando el trazado



Los problemas

- Los problemas como **condición necesaria pero no suficiente** para lograr aprendizajes matemáticos: el espacio de la reflexión sobre lo actuado.
- Un problema **promueve el desarrollo de estrategias** que favorecen una educación más autónoma, comprometida y participativa.
- *Un problema es una situación que se le presenta al alumno para moverlo a la acción.*
- Frente a los problemas los alumnos ponen en **juego diferentes tipos de saberes** relacionados con los conceptos, los procedimientos y/o las actitudes.



La gestión de la clase



- Que los alumnos se comprometan con su propio aprendizaje, se logra cuando desarrollan tareas de las que deciden hacerse cargo.



Secuencia didáctica

Se apoya sobre lo trabajado en el anterior

cada problema

avanza en la construcción del nuevo conocimiento



Un ejemplo de clase



Actividad obligatoria : Tarea colaborativa

La actividad se desarrollará en pequeños grupos.

En el archivo “Grupos” disponible en la Biblioteca encontrará el de pertenencia.

Se pide utilizar Geogebra para trabajar el

“Problema para la actividad colaborativa”
que encontrará en Biblioteca.

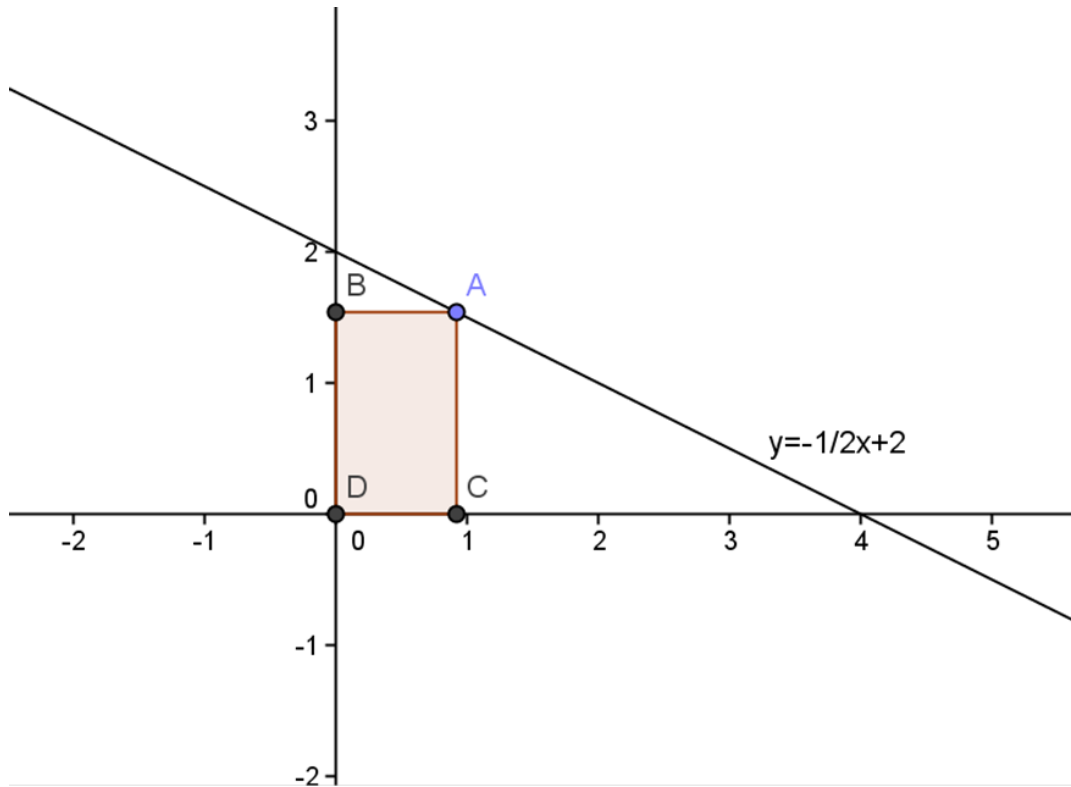
a-) Indiquen los pasos de construcción que daría a sus alumnos para que planteen el problema con Geogebra.

b-) ¿Consideran que la resolución con el programa es suficiente? Argumenten sus respuestas.

Elaboren en la **Wiki** un **informe colaborativo** con las respuestas a los puntos a) y b)

Dispondrán de un Foro para intercambios al que sólo accederán los miembros del grupo ... y las tutoras.

Problema para la actividad colaborativa

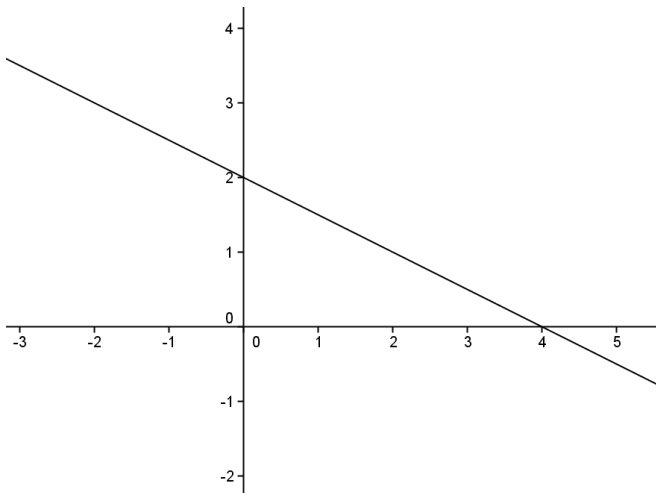


- 1. Calcular el área del rectángulo en función de x
- 2. ¿Cuál es el rectángulo de área máxima?

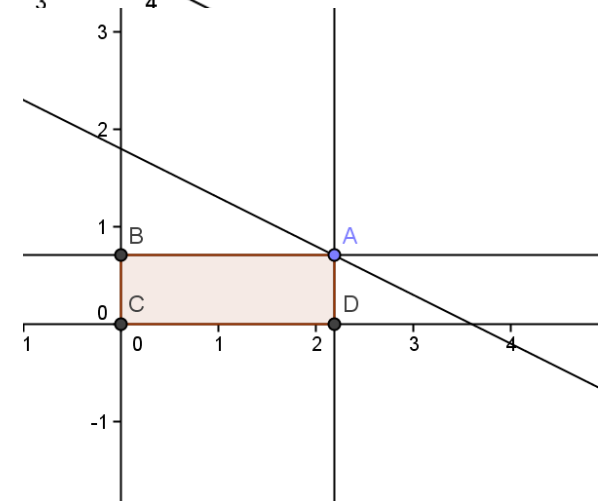
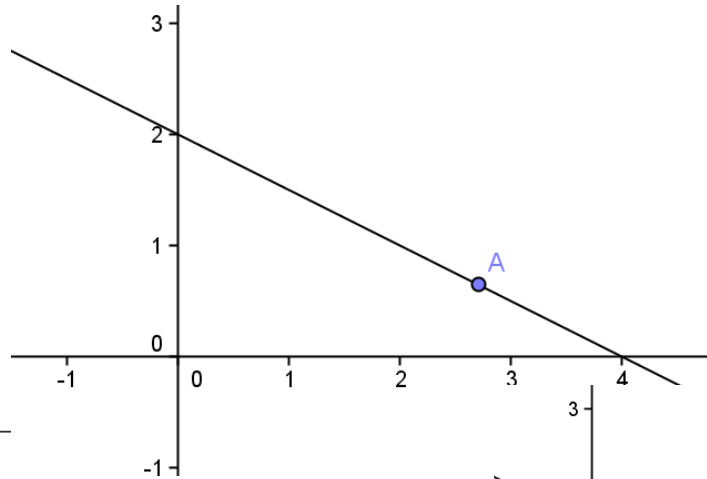
Soluciones de los docentes

- PASO DE CONSTRUCCIÓN PARA EL ÁREA DEL RECTÁNGULO:**

1º)



2º)



- **Opción A**

Establecer las distancias de los lados del rectángulo con el comando "distancia o longitud" (en la octava pestaña) señalando los puntos que conforman el lado. Por ejemplo AB y AD.

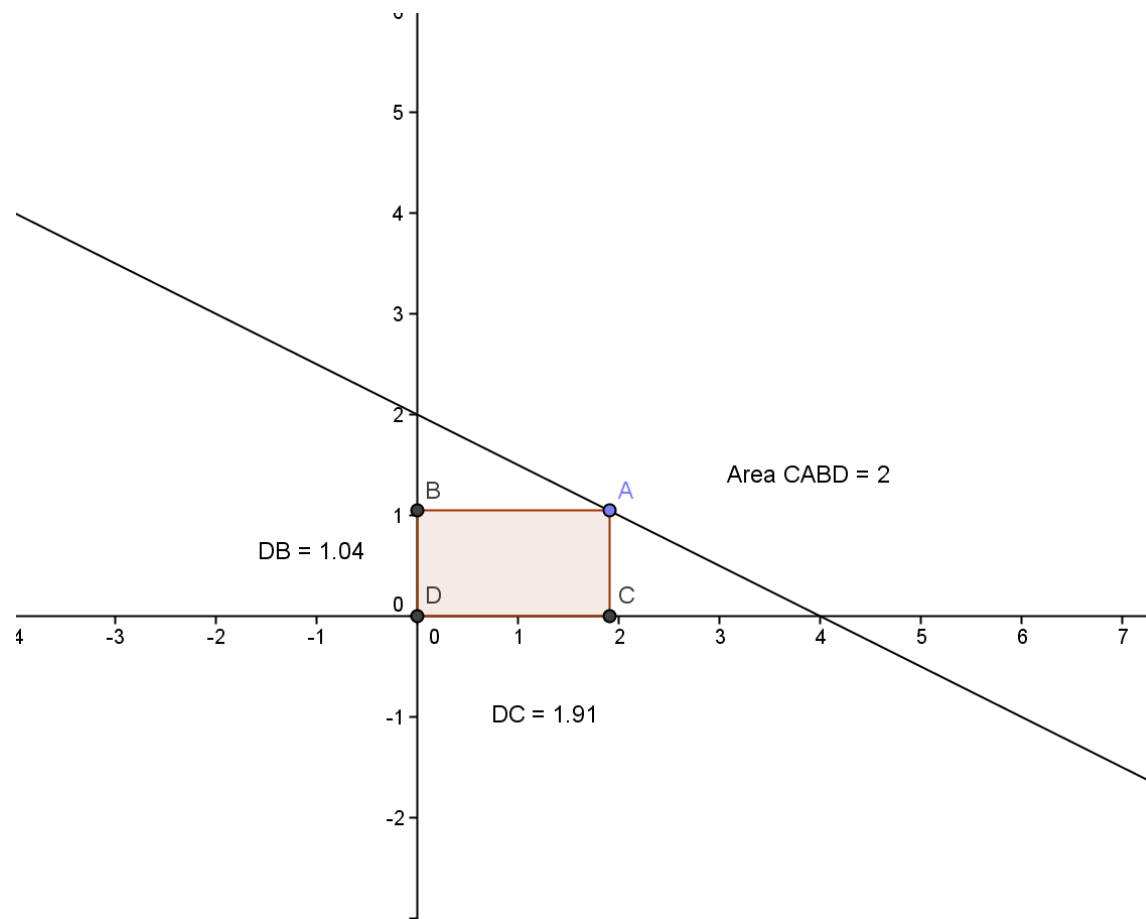
- **Opción B**

Hallar el área del rectángulo. Para ello es necesario:

- a) Establecer el polígono con el comando "Polígono" (en la quinta pestaña) señalando en orden todos los vértices del rectángulo.
- b) Establecer el área del rectángulo con el comando "área" (en la octava pestaña).

Opción C

Ambas juntas



POSIBLES CAMINOS DE RESOLUCIÓN DE LOS ALUMNOS

- **I. RESOLUCIÓN CON REGISTRO GRAFICO**
- **II. RESOLUCIÓN CON REGISTRO TABLA**

Base	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Altura	2	1,75	1,5	1,25	1	0,75	0,5	0,25	0
ÁREA	0	0,875	1,5	1,8775	2	1,875	1,5	0,875	0

- **III. RESOLUCIÓN ALGEBRAICA**

- **Camino 1:**

- Sabemos que: *Área del Rectángulo = Base · Altura*
- Observando la gráfica vemos que la base varía en función del valor de x
y la altura varía en función del valor de y .

Es decir: *Área del Rectángulo = $x \cdot y$*

Como $y = -\frac{1}{2}x + 2$ Reemplazando

$$\text{Área del rectángulo} = x \left(-\frac{1}{2}x + 2 \right)$$

$$\text{Entonces, } A(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$$

- **Camino 2**

Si trabaja con funciones cuadráticas, como la función Área es de grado 2, podemos obtener el máximo buscando el vértice de la parábola

$$A(x) = x(-0.5x + 2)$$

$$A(x) = -0.5x^2 + 2x$$

$$V(x, y)$$

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = -\frac{2}{2(-0.5)}$$

$$x_v = 2$$

$$A(2) = 2$$

- **Camino 3**

Si trabaja con derivadas, se puede justificar con la optimización

$$\text{Area} = \text{base} * \text{altura}$$

$$A(x) = x (-0.5 x + 2)$$

$$A(x) = -0.5 x^2 + 2x$$

$$A'(x) = -x + 2$$

$$0 = -x + 2$$

$$x = 2 \text{ (punto crítico)}$$

Como $A''(x) = -1$ entonces el punto crítico representa un máximo en $x = 2$
Entonces el área es máxima cuando $x = 2$, la altura será $y = 1$ y el área es 2.

IV. RESOLUCIÓN GEOMÉTRICA

- Si se trabaja con triángulos rectángulos, se pueden analizar las bases medias de los triángulos y concluir que el rectángulo de área máxima es el que tiene por lados a las bases medias.

Opinan los docentes

Grupo 1

- “Creemos que lo ideal es utilizar el software para **probar, ensayar, descubrir** pero es necesario el trabajo analítico que respalde lo descubierto y esencialmente la guía del docente. Parte de ese trabajo también se puede hacer con el software, por ejemplo utilizando la planilla de cálculo pero es necesario desarrollar el análisis algebraico.”

Grupo 2

- “Podemos decir que **se optimiza el tiempo** comparado con las construcciones hechas en papel y lápiz (lo que no significa que deban dejar de hacerlo también), existe **un dinamismo** en las clases, donde todos pueden **“hacer matemática”**, o sea **conjeturar, razonar, equivocarse, volver al problema, comparar, sacar conclusiones, entre otros**. Los recursos informáticos simplifican las técnicas manuales.”

Grupo 3

*“Creemos que con la **resolución en Geogebra** únicamente, no se puede demostrar que el área es máxima porque **es una estimación**. Para demostrarlo se debe recurrir a un desarrollo analítico, por lo tanto no alcanza con utilizar solamente el programa, es necesario, entre otras cosas, la carpeta del alumno para hacer anotaciones de lo que esté mal y que el docente irá corrigiendo, sobretodo para que tenga una herramienta para repasar o estudiar en cualquier momento”.*

Grupo 4

“Sólo el software Geogebra no es suficiente para poder lograr un aprendizaje significativo sobre la variabilidad y dependencia, en este caso. **Es necesario un trabajo de análisis algebraico** que sólo con el software no es posible hacerlo, sino todo quedaría en hermosas frases de admiración como ¡Qué lindas gráficas que me quedaron! ¡Qué hermosa combinación de colores! ¡Cómo se mueven los rectángulos!”

Primeras devoluciones

Conforme a lo que han expuesto y a lo reflexionado al interior de cada grupo, a modo de conclusión, podemos decir que:

- En referencia a la utilización del programa Geogebra para resolver el problema, acordaron que es un recurso **útil y enriquecedor**. Permite realizar construcciones que luego pueden modificarse dinámicamente, dando lugar a **probar** y **pensar qué sucede** cuando se modifica algún objeto. En este caso, favorece investigar lo que ocurre con la medida de la superficie del rectángulo según cómo se modifican las dimensiones del mismo y/o verificar o descartar las conjeturas.
- Si bien los alumnos pueden explorar, representar, conjeturar, anticipar y controlar resultados, deberán validar sus producciones. Surge así la necesidad de elaborar una **prueba intelectual**.
- La validación de la respuesta dada al problema (es decir, la decisión autónoma del alumno acerca de la verdad o falsedad de su respuesta) no se podrá establecer empíricamente sino que deberá apoyarse en las **propiedades de los objetos matemáticos** en cuestión.
- Validar una afirmación es parte del proceso de construcción de conocimiento en la medida en que las argumentaciones a partir de las propiedades conocidas producen nuevo conocimiento sobre ellos.

Conclusiones

- Vemos particularmente interesante trabajar con las correspondencias de significados de un mismo concepto en marcos diferentes, y entre significados de conceptos diferentes representados en el mismo marco por los mismos significantes.

“ Pero para los alumnos en tren de aprendizaje, los conceptos funcionan de manera parcial y diferente según los marcos. Por consiguiente, las correspondencias están incompletas”.(Douady, 1986)



Muchas Gracias !!!!!

Muito obrigada!!!!!

Autoras

Ana Lía Crippa – Maria Carmen Quercia

Liliana Prospero – María Elina Vergara

Colaboración : Mirta Ricagno

mail: melinavv@gmail.com