

1.00.00.00-3 - CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA  
1.01.00.00-8 – MATEMÁTICA

## **GEOMETRIA ESPACIAL: UM ESTUDO DE PESQUISAS QUE TRATAM DE CORPOS REDONDOS**

RICARDO BENEDITO DE OLIVEIRA

Curso de Licenciatura em Matemática – modalidade EAD – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia.

PROFA. DRA. MARIA JOSÉ FERREIRA DA SILVA

Departamento de Matemática – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia.

RESUMO: ESTE ARTIGO É UM RECORTE DA PESQUISA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA QUE ESTA INSERIDA NO PROJETO - PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA EM AMBIENTES COMPUTACIONAIS, DO GRUPO DE PESQUISAS PEA-MAT DO PROGRAMA DE ESTUDOS PÓS-GRADUADOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO. O OBJETIVO DESTES TRABALHOS FOI REALIZAR UM LEVANTAMENTO, DO TIPO ESTADO DA ARTE, DAS PRODUÇÕES CIENTÍFICAS QUE TRATAM DE GEOMETRIA ESPACIAL, EM ESPECIAL DE CORPOS REDONDOS. NOSSAS BUSCAS RESULTARAM EM 65 TRABALHOS DENTRE OS QUAIS APÓS UMA LEITURA CRITERIOSA, SELECIONAMOS 14 PESQUISAS RELACIONADAS AO NOSSO TEMA. GUIADOS POR NOSSOS QUESTIONAMENTOS E FUNDAMENTADOS NA LITERATURA, PERCEBEMOS A FALTA DE MAIOR EXPLORAÇÃO DO USO DA TECNOLOGIA EM RELAÇÃO AO ENSINO DE CORPOS REDONDOS, ALGUNS TRABALHOS ANALISADOS BUSCARAM COMPREENDER A APRENDIZAGEM DOS ALUNOS, DENTRE ELES, DUAS PESQUISAS RELACIONADAS AO ENSINO MÉDIO, E OUTRAS DUAS ABORDARAM ALUNOS DO CURSO DE MAGISTÉRIO. CONSIDERAMOS QUE FALTAM MAIS TRABALHOS QUE TRATEM DA FORMAÇÃO INICIAL OU CONTINUADA DE DOCENTES A FIM DE BUSCAR QUAIS CONHECIMENTOS E CRENÇAS A RESPEITO DE CORPOS REDONDOS ELES TÊM, E COMO ISTO INFLUENCIA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DOS ALUNOS.

Palavras-chave: Geometria Espacial, Estado da arte, Corpos Redondos.

### **Introdução**

Esta pesquisa esta inserida no Projeto Processo de Ensino e Aprendizagem de Geometria em Ambientes Computacionais PEA-TIC do Grupo de Pesquisas PEA-MAT do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Em linhas gerais, este trabalho colaborou com o Grupo em um levantamento de pesquisas que tratam especificamente de Corpos Redondos, parte importante da Geometria Espacial, buscando mostrar problemáticas ainda não estudadas. O objetivo deste trabalho foi realizar uma pesquisa bibliográfica, do tipo Estado da Arte, da Produção Científica que tratam de Cilindros, Cones e Esferas.

Sempre percebemos que o ensino de Geometria Espacial abordado em sala de aula, no Ensino Fundamental e Médio, ocorria de forma superficial e resumida, privilegiando sempre muitas fórmulas e resolução de exercícios de forma algébrica e mecanicamente. Durante a graduação, muitos questionamentos retornaram e nos conduziram a buscar um aprofundamento de estudos nesta área, o que foi possível com a Iniciação Científica disponibilizada pela Universidade.

A opção pelo tema decorreu de vários fatores, dentre os quais a percepção de que esse tema é, particularmente, problemático dentro da Educação Matemática, principalmente para a busca de soluções para a sala de aula da Educação Básica, que é alvo de inúmeras discussões, devido a uma quantidade significativa de resultados em Avaliações Oficiais, em que os alunos têm apresentado baixo desempenho em questões de Geometria.

## **1 Estudos Preliminares**

Inicialmente realizamos um prévio estudo dos objetos matemáticos de nossa pesquisa: cilindros, cones e esfera baseando-nos em Dolce e Pompeo (1993) e Bongiovanni, Vissoto e Laureano (1993), em que mostramos suas definições, seus principais elementos e propriedades, além de um estudo métrico.

Em seguida abordamos alguns aspectos da importância do Ensino de Geometria nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN - que sugerem seu ensino no Ensino Fundamental, pois sua construção conduz o aluno a desenvolver “um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada o mundo em que vive” (Brasil, 1998, p.51). Esta necessidade não é só justificada em documentos oficiais,

mas também por relatos de muitos pesquisadores. Dentre eles podemos citar Lorenzato (1995) quando nos diz que:

bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas, também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano. (LORENZATO, 1995, p. 5).

No entanto o contato com a bibliografia estudada indica que o Ensino de Geometria ainda apresenta sérios problemas em sala de aula. Pavanello (1993, p.35) nos mostra que “a Geometria é conteúdo pouco trabalhado nas escolas tanto no Ensino Fundamental como no Médio, em alguns casos os professores raramente trabalham o que se propõe durante o ano letivo”.

Alguns fatos levaram a Geometria a ficar em segundo plano. Um deles foi o Movimento da Matemática Moderna que segundo Lorenzato (1995) aboliu com o ensino lógico-dedutivo com demonstrações e não conseguiu algebrizar a Geometria, criando desta forma uma lacuna que se estende até os dias atuais.

Outro suposto problema seria a falta de preparo dos professores. Alguns pesquisadores acreditam que isto ocorre face à exagerada importância que os professores dão ao Livro Didático, em suas práticas didáticas em sala de aula, pois abordam nas aulas de Geometria definições e propriedades, fórmulas e exercícios que não permitem a construção de significado pelos alunos. Pereira (2011, p. 13) confirma esta realidade e nos relata que tradicionalmente o Ensino de Geometria Espacial se resume ao “quadro verde, a instrumentos como esquadro, régua, compasso, o Livro Didático, apresentando-se muitas vezes exemplos distantes da realidade do aluno”.

Quanto às tecnologias, as leituras dos trabalhos encontrados na primeira fase desta pesquisa, proporcionaram observar que elas e o uso do computador no ambiente escolar, podem ser ferramentas valiosas para a construção de conhecimentos pelos alunos, no que se refere ao Ensino de Geometria.

As orientações dos PCN nos mostram que “as técnicas em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de

transformação da sociedade, pelas implicações que exercem no cotidiano das pessoas” (BRASIL, 1997, p.34).

O emprego das Tecnologias da Informação e Comunicação - TIC - tem promovido grandes mudanças na sociedade e no ambiente escolar quando utilizadas em sala de aula, proporcionam mudanças das práticas docentes, se transformando em um aliado para o ensino e a aprendizagem dos alunos. Silveira e Bisognin (2008, apud MACHADO, 2010, p.47) nos dizem que: “quando usados adequadamente, esses recursos facilitam a construção de conhecimentos geométricos de maneira significativa”.

Aproximadamente duas décadas atrás, docentes de Matemática trabalhavam no quadro negro utilizando giz para desenhar cilindros, cubos, esferas e outros sólidos, porém, os avanços da tecnologia modificaram esta prática, contribuindo para o surgimento de outras metodologias que associadas a esses recursos possibilitam ao professor trabalhar em sala de aula obtendo assim um resultado melhor no ensino e na aprendizagem da Geometria. Cabe agora fazer com que essas metodologias sejam apropriadas pelos professores.

Mas só o uso de tecnologias em sala de aula não é sinônimo de melhorias nos padrões educacionais, e nesse aspecto D’Ambrosio (2003 apud MAGEDANS, 2005, p.26) afirma que “é claro que a tecnologia é somente um instrumento no processo educacional, portanto ela em si não implica uma boa educação, mas a sua falta certamente implica em má educação”.

## **2 Metodologia e procedimentos**

A metodologia utilizada em nossa pesquisa é bibliográfica, do tipo Estado da Arte, pois de acordo com Reis (2006), este é o mais adequado para pesquisas bibliográficas com valor acadêmico sendo por ele considerado como uma Iniciação Científica. Segundo esse pesquisador, “é necessário que o aluno selecione, no mínimo, quatro textos de referência, escrito por quatro diferentes autores sobre o tema escolhido” (REIS, 2006, p.53).

Nesse contexto, Gil (1999, p.26) relata que a pesquisa bibliográfica se desenvolve a partir de material já elaborado e tem como vantagem cobrir uma gama ampla de fenômenos, nesse sentido optamos por utilizar o Estado da Arte com o intuito de mapear e discutir a Produção Acadêmica do tema em

estudo, pois para o autor “a investigação científica depende de um conjunto de procedimentos intelectuais e técnicos para que seus objetivos sejam atingidos”.

Romanowski (2006, p.39) também nos fornece elementos importantes quando nos mostra que esta metodologia é muito empregada em trabalhos de pesquisas na área de educação porque:

podem significar uma contribuição importante na constituição do campo teórico de uma área de conhecimento, pois procuram identificar os aportes significativos da construção da teoria e prática pedagógica [...] identificar experiências inovadoras investigativas que apontem alternativas de solução para os problemas da prática e reconhecer as contribuições da pesquisa.

A pesquisa foi organizada em três etapas. Na primeira fase do projeto, realizamos diversas buscas por trabalhos que tratassem de Sólidos Geométricos por intermédio da Internet, por meio do site “Google acadêmico” e também pelo banco de teses da CAPES, que tem por objetivo divulgar a Produção Científica Brasileira. Dentre o acervo grande de Monografias, Dissertações e Teses encontradas fizemos uma rápida leitura para selecionar aquelas que tratavam de Corpos Redondos, o que reduziu muito a quantidade de trabalhos. Ampliamos então nossa busca para artigos publicados em revistas especializadas e em Anais de Congressos e Simpósios. A partir da seleção dos trabalhos que seriam analisados fizemos o fichamento de cada um deles buscando identificar as teorias utilizadas, os sujeitos da pesquisa, à utilização ou não de tecnologias e o conteúdo específico trabalhado a respeito de Corpos Redondos.

### **3 Desenvolvimento**

Depois dos trabalhos catalogados realizamos as leituras de maneira mais minuciosa para que fosse possível então colher dados para nossa pesquisa. Encontramos cinco trabalhos de Geometria Espacial que faziam referências a Corpos Redondos (ver Quadro 1) dentre eles, duas Monografias de Especialização em Educação Matemática, uma da Universidade Federal Fluminense e a outra da Universidade Federal de Minas Gerais; duas Dissertações de Mestrado, uma da Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho” - UNESP e da Universidade Estadual de Campinas –

UNICAMP, e por último uma Tese de Doutorado da Faculdade de Educação da UNICAMP.

**Quadro 1 - Pesquisas selecionadas na primeira fase**

Nº	Título	Autor	Tipo	Universidade Ano	Ano
01	Áreas e Volume de Corpos Redondos.	Jose Carlos Gaspar	Monografia	Universidade Federal Fluminense	2005
02	Arquimedes e o Volume Esfera.	Alessandra Pereira da Silva	Monografia	Universidade Federal Minas Gerais	2005
03	A produção Matemática em um ambiente virtual aprendizagem: o caso da Geometria Euclidiana Espacial.	Silvana Claudia dos Santos	Dissertação	UNESP / Campus Rio Claro	2006
04	O conhecimento geométrico de Alunos CEFAM sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis conceito.	Odaléa Aparecida Viana	Dissertação	UNICAMP	2000
05	Solução de Problemas Geométricos: dificuldades e perspectivas.	Nelson Antonio Pirola	Tese	UNICAMP	2000

Fonte – Construção do autor no Excel

Desde o início de nossa pesquisa, já esperávamos um número reduzido de trabalhos que tratassem de Corpos Redondos, fato confirmado diante das dificuldades em localizar pesquisas que permitissem levantar o estado atual dos estudos a respeito de cilindros, cones e esferas. Diante desse pequeno número de pesquisas relacionadas (Quadro 1), ampliamos nossa busca por artigos publicados em revistas especializadas e em Anais de Congressos e Simpósios. Essas buscas resultaram em vários artigos (Quadro 2), dos quais selecionamos nove artigos, seis deles publicados em Anais de Congressos e três em revistas especializadas.

**Quadro 2 - Artigos selecionados**

Nº	Autor	Título	Ano	Revista/ Congresso
1	Marcelo Carlos Proença Nelson Antonio Pirola.	O conhecimento de Polígonos e Poliedros: uma análise do desempenho de alunos do Ensino Médio em exemplos e não exemplos.	2011	Ciência e Educação
2	Geisa Zili Shinkawa, Nelson António Pirola, Andreia Aparecida S. B. Nascimento.	O ensino das figuras planas e dos sólidos geométricos no Ensino Fundamental: construções, jogos, softwares e objetos do cotidiano.	2009	XXI CIC UNESP
3	Monica Vasconcelos.	A diferenciação entre figuras geométricas não planas e planas: o conhecimento dos alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental.	2008	Zetetiké
4	Odaléa Aparecida Viana.	Conceitos e Habilidades Espaciais Requeridos pelas Questões de Geometria do ENC/ENADE para Licenciatura em Matemática.	2009	Bolema

5	Marcelo Almeida Bairral, Armando Horta Dumont.	Estudo desenvolvimento de docentes ensinando poliedros e Corpos Redondos.	2009	CIBEM 6
6	Danielly Barbosa Souza, Rômulo Marinho Rego.	Uma intervenção didática aplicada ao estudo de Geometria no 7ª série do Ensino Fundamental utilizando a modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem.	2010	VI EPBEM
7	Acylena Coelho Costa, Ana Priscila B. Bermejo, Monica Suelen F. Moraes.	Análise do Ensino de Geometria Espacial.	2009	X EGEM
8	George Souza Alves, Adriana Benevides Soares e Cabral Lima.	Um estudo sobre o desenvolvimento do raciocínio espacial no Ensino Médio, através da utilização do software Calques.	2009	XXV CSBC
9	Edgar Marçal et Al.	O uso de dispositivos móveis para auxiliar a aprendizagem significativa na Geometria Espacial.	2009	XV Workshop sobre Educação na Escola

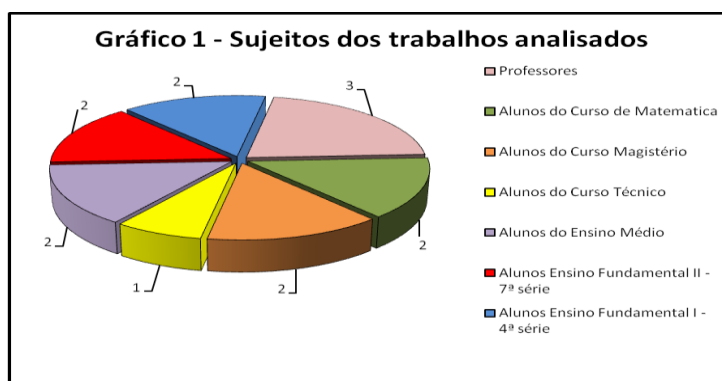
Fonte – Construção do autor no Excel

Após o levantamento e definição dos trabalhos que seriam analisados, passamos à leitura, análise e redação do relatório final.

## Resultados

Após a seleção dos trabalhos a serem analisados, adotamos como critérios de análise identificar, a partir do fichamento, as teorias utilizadas para análise dos dados, os sujeitos das pesquisas, o uso ou não de tecnologia e o conteúdo específico trabalhado a respeito dos Corpos Redondos. A seguir passamos a descrever os resultados obtidos.

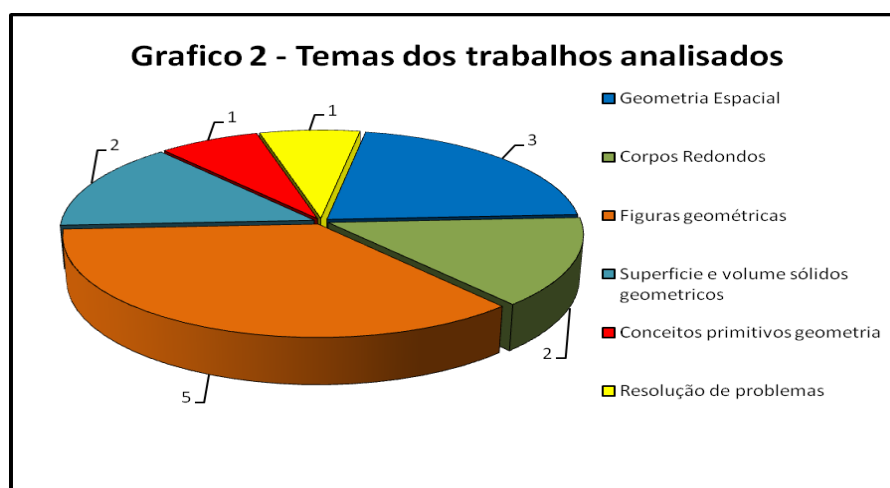
Em relação aos sujeitos de pesquisa vemos, no gráfico 1, que os trabalhos selecionados tratam de professores e de alunos do Ensino Básico e Técnico, não encontramos trabalho algum tratando do ensino de Corpos Redondos no terceiro grau. No entanto, percebemos que a quantidade de trabalhos para cada nível de ensino ainda é pequeno.



Fonte: Construção do autor no Excel.

Outro critério por nós definido refere-se ao uso de meios tecnológicos no Ensino da Geometria, e embora sejam apontados como um facilitador para a aprendizagem constatamos que em apenas cinco dos trabalhos analisados foram utilizados algum desses recursos, mas não trabalharam com Corpos Redondos. É o caso dos trabalhos 3 e 5 citados no quadro 1 e dos trabalhos 2, 8 e 9 citados no quadro 2.

No que se refere aos conteúdos específicos de Geometria Espacial abordados nas pesquisas selecionadas, como mostra o Gráfico 2, constatamos uma variedade de temas, sendo que os conteúdos mais abordados referem-se às figuras geométricas, porém os conteúdos de Corpos Redondos objeto de nosso estudo representam apenas duas pesquisas. Já os conteúdos resolução de problemas e conceitos primitivos de geometria, apresentaram apenas uma pesquisa respectivamente.



*Fonte: Construção do autor no Excel.*

Quanto às teorias utilizadas três dos trabalhos não as apresentam e os outros utilizam teorias diversas tais como: Mapas Conceituais, Constructo teórico seres-humanos-com-mídias, Níveis de Van Hiele, Resolução de Problemas de Krutetski, Modelo de Aprendizagem e Desenvolvimento de Conceitos (ADC), Níveis de Formação Conceitual, Modelagem Matemática e Teoria de Piaget e Teoria de Vygotsky. Apenas as duas últimas e os Níveis de Van Hiele foram utilizadas em mais de um trabalho.

A análise realizada permitiu ainda verificar que nos dois trabalhos que se referem a alunos da 4ª série do Ensino Fundamental, os autores apontam que esses alunos chegam a essa etapa de ensino com defasagem de



aprendizagem, como pode ser verificado nos trabalhos 3 e 5 citados no quadro 2. O mesmo fato se repete com alunos que iniciam o Ensino Médio, pois a grande defasagem de conhecimentos são frutos da falta de aprendizagem durante o Ensino Fundamental.

As duas pesquisas analisadas cujos sujeitos eram alunos do Curso de Magistério, (4 e 5 citadas no quadro 1) indicam que esses alunos aprenderam muito pouco durante sua etapa escolar, não estando preparados para a atividade profissional em sala de aula. O mesmo ocorre com alunos de Licenciatura, (5 citado no quadro 1 e 4 citado no quadro 2) quando evidenciam que futuros docentes terão dificuldades de abordarem o tema Geometria em sala de aula.

Quanto ao uso de meios tecnológicos dos quatorze trabalhos analisados apenas cinco deles utilizaram esse recurso para tratar de Geometria Espacial, mas nenhum deles tratou de Corpos Redondos, o que nos mostra que faltam pesquisas que nos mostrem, por exemplo, vantagens e desvantagens, softwares apropriados, etc. para trabalhar com esse conteúdo utilizando tecnologias. Essas pesquisas poderiam subsidiar a formação continuada de professores, no sentido de modificar o ensino de Geometria na escola, pois como afirma Maciel (2011, p.10):

os professores devem buscar uma formação continuada, dessa forma se atualizarem frente o avanço tecnológico que surge a cada dia, que associado no seu ambiente de trabalho proporcionará uma fonte inesgotável de pesquisa, conhecimento e aprendizado, tornando as aulas mais criativas e agradáveis, condizentes com a realidade do público escolar.

Assim, é necessário que os professores tenham oportunidade de se familiarizarem com tecnologias educativas para sua utilização em sala de aula e assim criar outras possibilidades didáticas para o ensino de Geometria Espacial.

### **Considerações Finais**

Diante do objetivo de apresentarmos uma análise da Produção Acadêmica de pesquisas a respeito de Corpos Redondos, nossa pesquisa possibilitou considerarmos que esse tema é pouco abordado e trabalhado pela Comunidade Científica, haja vista a dificuldade que encontramos, inicialmente,

de localizar trabalhos relacionados aos cilindros, cones e esferas. A maioria dos trabalhos selecionados foi localizada em Anais de Congressos e revistas especializadas.

Considerando o cenário educacional, e baseado nas leituras da literatura selecionada, foi possível observarmos que o ensino de Geometria Espacial, em particular os Corpos Redondos não está ocorrendo em sala de aula de forma satisfatória, uma dessas constatações são os resultados negativos de avaliações oficiais como SARESP, Prova Brasil e ENEM.

Algumas das pesquisas analisadas nos mostraram que as aulas tradicionais não têm contribuído para promover o ensino e a aprendizagem de conteúdos estudados em sala de aula. As pesquisas 2 e 4 citadas no quadro 2, mostram que a utilização de metodologias diferenciadas (jogos e materiais concretos) apresentam resultados positivos para a aprendizagem dos alunos.

Concluimos que faltam mais trabalhos que tratem da formação inicial e continuada de professores, a fim de buscar conhecimentos e crenças a respeito da Geometria Espacial e de Corpos Redondos que eles têm, e como isto influencia a aprendizagem dos alunos.

Ao término deste Projeto de Iniciação Científica alguns apontamentos merecem ser destacado. O primeiro é que tivemos êxito na realização das tarefas inicialmente propostas, cumprindo o prazo estabelecido para execução das mesmas. O segundo é a quantidade considerável de conhecimentos por nós adquiridos ao término do projeto, que possibilitou nossa formação com um horizonte mais amplo, além de proporcionar termos iniciado na arte da pesquisa, e aproximação e convívio com pesquisadores mais experientes, despertando-nos para um questionamento mais crítico a respeito do papel do professor em nossa sociedade. Finalmente, o terceiro é que os resultados obtidos serão disponibilizados para uso do Grupo de Pesquisa PEA-MAT no sentido de apontar novas direções para pesquisas que tratem de Corpos Redondos.

## REFERÊNCIAS

BONGIOVANNI, V., VISSOTO, O. R. L., LAUREANO, J. L. T. **Matemática e vida 2º grau**, volume 3, Editora Ática, 408 p. 1993.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais MEC/SEF**, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais MEC/SEF**, 1998.

DOLCE, O. POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar, Geometria Espacial: posição e métrica**, volume 10, 5ª Ed. Ver. São Paulo, Atual, 440 p. 1993.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. São Paulo: Atlas, 1999.

LORENZATTO, S. **Por Que Ensinar Geometria?** Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, ano III, n. 4, 1995.

MACHADO, R. A. **O ensino de Geometria Espacial em ambientes educacionais informatizados: um projeto de ensino de prismas e Cilindros para o 2º ano Ensino Médio**, Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto - MG, 2010.

MACIEL, A.D., MORAES, J. P., PEREIRA, A. L. A. **Formação de Professores e inclusão digital**, In: ICCEG, Agosto, 2011

MAGEDANS, A. **Computador e escola: implicações pedagógicas num processo interdisciplinar**, Monografia de Especialização em Educação Matemática, Centro Universitário UNIVATES, 2005.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências**. In Revista Zetetiké, ano 1, nº1, p.7-17, 1993.

PEREIRA, L. R. P. **Proposta didática para aplicação prática do ensino de geometria espacial**, Monografia de Especialização em Matemática, Mídias digitais e Didática, Departamento de Matemática Pura e Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

ROMANOWSKI, J. P. **As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em Educação**, In Revista Diálogo Educação, Curitiba/PR v.6, n.19, set/dez. 2006

REIS, L. G. **Produção de monografia – da teoria a prática**, São Paulo, SENAC, 2006.