

DIDÁTICA E ETNOMÁTEMÁTICA

GUY BROUSSEAU

Tradução: Saddo Ag Almouloud
Cileda de Queiroz e Silva Coutinho

Como a etnomatemática encontra a didática

- **“ETHNOSCIENCE** is the corpus of knowledge established as systems of explanations and ways of doing accumulated through generations in distinct cultural environments.”
- **ETHNOMATHEMATICS** is the corpus of knowledge derived from quantitative and qualitative practices, such as counting, weighing and measuring, sorting and classifying.

- A etnomatemática se preocupa, então, das *matemáticas* que se manifestam em algumas atividades de culturas ou de instituições:
- «os conhecimentos oriundos de práticas quantitativas e qualitativas, tais como contar, pesar e medir, agrupar e classificar»
- Mas ela, a priori, não se interessa em estudar diretamente os meios, nem as condições de transmissão desses conhecimentos.

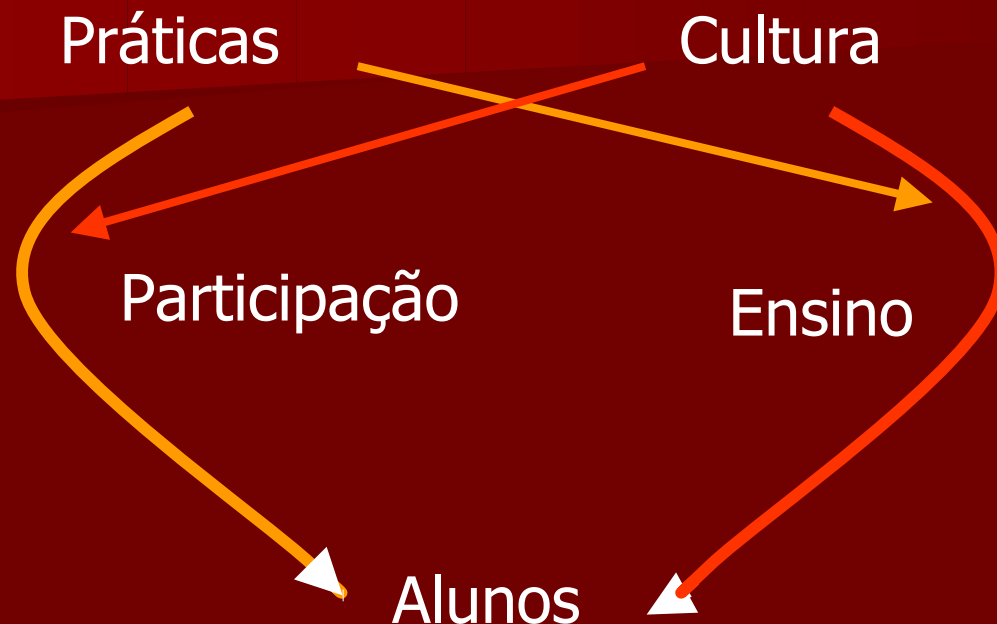
- No entanto, a questão *política* da preservação e da coabitação de culturas diferentes está sempre presente nos estudos da etnomatemática.
- E a preocupação de manter sempre vivas essas culturas, coloca o ensino no primeiro plano das preocupações daqueles que querem conservá-las, logo, dos etnomatemáticos.

- A **DIDÁTICA** é a ciência e a arte da difusão dos conhecimentos úteis para a sociedade e para as instituições humanas.
- A **DIDÁTICA DA MATEMÁTICA** estuda as condições específicas da difusão de conhecimentos e atividades matemáticas. Estuda, então, os projetos sociais cujo objetivo é fazer um indivíduo ou uma instituição se apropriar de um saber matemático constituído ou em constituição em uma outra instituição.

- Uma sociedade transmite os **conhecimentos** oriundos de suas práticas e de sua cultura por duas vias:
- Seja diretamente pela **participação** das crianças às práticas usuais nessas sociedades
- Seja pelo **ensino**, sobretudo a escola primária.

O ensino tem por objetivo encobrir as insuficiências da transmissão direta dos conhecimentos.

Sociedade A



Em regime estável, as práticas, a cultura e o ensino evoluem adaptando-se mais ou menos bem, uns a outros

Os alunos recebem seus conhecimentos por dois caminhos:

- A participação em atividade de seu ambiente
- E o ensino institucional

- O apelo ao ensino é indispensável quando a participação em práticas de referência da sociedade se fecha para as crianças:
 - Por exemplo, porque essas práticas lhes são naturalmente escondidas (as manipulações acontecem fora de seu alcance visual)
 - Porque são abandonadas em detrimento de outras, menos inteligíveis (tecnologia)
 - ou porque a sociedade quer substituir essas prática por outras (preparação para uma outra sociedade) etc.

- Quando duas entidades culturais estão mergulhadas em um mesmo ambiente, econômico por exemplo, as práticas sociais mudam. As culturas evoluem lentamente.
- Aparecem distorções que o ensino está encarregado de adaptar.
- É no nível primário que as questões sobre escolha dos ensinamentos colocam em jogo mais claramente a conservação ou não dos conhecimentos de base, próprios a cada entidade e a cada cultura.

- A etnomatemática e a didática da matemática tornam-se, então, dois elementos científicos essenciais para esse debate político: a primeira para descrever os conhecimentos que a outra está incumbida de transmitir em novas condições.
- Segundo algumas teorias didáticas, estes dois campos, aqui complementares, são dos mesmos modelos. Seus estudos poderiam então ser colocados na mesma área do saber, por exemplo, da antropologia.

O modelo do professor

- Em didática, o professor quer transmitir aos alunos uma cultura que, naquele momento, lhes é estranha. Cria, por isso, um meio (cursos, textos, problemas, materiais, etc.) favorável às atividades e aquisições que está visando.
- Sua legitimidade é de ser o mandatário de uma sociedade à qual o aluno quer pertencer e que lhe pede aprender.

- O termo « etnomatemática » evoca o estudo de um corpus de conhecimentos antigos, no campo de conhecimentos avançados próprios às sociedades modernas.
- Parece então ser adequada exclusivamente aos problemas de contatos entre uma cultura antiga e uma cultura nova « universal » e « mais poderosa »
- A comparação com uma situação didática tradicional é evidente.

Nos dois casos, esse modelo de simples
« transmissão de conhecimentos » mostra
suas limitações:

- Por seus resultados
- Pelas dificuldades que ele encontra para obter esses resultados
- Pelos problemas éticos, psicológicos ou didáticos que não consegue resolver

- Na seqüência desta conferência, lembraremos alguns elementos de didática e limitar-nos-emos aos estudos dos modelos de situações matemáticas e de situações didáticas em matemática.
- Abordaremos enfim algumas questões de macro didática, a partir das quais veremos se manifestar mais claramente nas « sociedades desenvolvidas » fenômenos similares aqueles que interessem a etnomatemática.

Saberes, Conhecimentos e Situações

Duas ordens didáticas diferentes

- A aprendizagem dos conhecimentos pela frequência a um « meio » (milieu) não segue uma ordem didática determinada, a não ser muito esporadicamente.
- Pelo contrário, em razão de seu caráter contratual, o ensino deve aplicar a regra da informação prévia suficiente, que implica uma ordem sistemática.

Informação prévia suficiente (RIPS)

- Regra IPS : « Para ser inteligível, uma mensagem deve utilizar um repertório de termos e uma sintaxe conhecida de seu destinatário »
- Então, tudo aquilo que é necessário à aquisição de um conhecimento que se quer ensinar deveria ter sido ensinado antes.

Esta regra leva...

- ... os **matemáticos** a apresentar o resultado de seus trabalhos numa **ordem axiomática** para que, a cada momento, os meios de provas tenham sido ou demonstrados ou aceitos anteriormente;
- ... e os **professores** de matemática a seguir uma ordem parecida com a ordem axiomática, dando aos alunos a responsabilidade das dificuldades.

- Esta regra condena a ensinar e a aprender enunciados, pelo fato de serem consistentes em relação ao que já se sabe, mas sem conhecer seu uso nem seu interesse.
- Essa aprendizagem sem significação tem um alto custo.
- É justificado fazendo apelo a uma noção de « aplicação », que não se pode dominar e nem resiste à análise.

- Tudo aquilo que deve ser ensinado é, então, o **saber** cultural, e tudo aquilo que deve ser aprendido o é por combinações de **saberes** do mesmo tipo.
- De fato, esta ordem de exposição de saberes não corresponde aos **processos históricos** de sua descoberta, nem aos **processos mentais** de sua produção ou, as vezes, de sua utilização
- A **memorização** dos textos de matemática não garante seu bom uso, nem sua compreensão.

- Os **problemas** têm por objetivo estimular nas crianças uma atividade semelhante à **atividade matemática**.
- São obtidos formalmente, escondendo alguns elementos de um teorema e pedindo aos alunos de restabelecê-los (determiná-los a partir de uma parte dada)
- Mostram somente como utilizar o mesmo **procedimento de construção dos saberes por outros saberes**, seguindo os mesmos processos puramente lógicos e matemáticos.

Os conhecimentos

- De fato, os alunos, assim como os matemáticos, utilizam formas de pensamento mais gerais e mais variadas – os conhecimentos – mas elas não são reconhecidas, nem utilizadas no ensino.
- Os conhecimentos– *co noos scere* – são os que um ser humano coloca mentalmente em funcionamento quando reage à circunstâncias precisas
- « Eu conheço alguém » ou « Eu conheço uma área de conhecimentos » é diferente de « eu sei »

- Apenas uma parte desses conhecimentos é acessível à consciência e uma pequena parte, ainda menor, pode ser, talvez, reformulada e traduzida em termos de saber.
- Os saberes são formas culturais de conhecimentos que permitem a identificação, a expressão e a institucionalização dos conhecimentos espontâneos.
- O saber – sapere – é o sabor dos conhecimentos.

- Os outros conhecimentos são maleáveis e fugitivos. Eles desaparecem rapidamente se não foram traduzidos por saberes.
- Esses conhecimentos: esquemas de ação, formulações e elementos de convicção, são pouco adequados à apreensão.
- Têm, entretanto, um papel essencial na compreensão, no uso e na aprendizagem dos saberes.

- Os conhecimentos são o pano de fundo da atividade matemática que produz e manipula os saberes.
- Pode-se ensinar a matemática sem iniciar aos alunos à atividade matemática que a produz?
- Mostramos que a aprendizagem da matemática pode ser melhorada conjugando :
 - a iniciação à atividade matemática
 - e o estudo dos resultados

As situações matemáticas

- Para agir sobre os conhecimentos, simular e estimular uma atividade matemática, precisou-se ampliar o conceito de **problema** ao conceito de **situação matemática**.
- Essas situações descrevem as relações de um sujeito ou de uma instituição com seu « meio »(milieu). Elas se limitam às condições específicas da produção ou do uso de um saber ou de um conhecimento preciso.

- A análise de situações é o instrumento muitas vezes implícito, mas incontornável das pesquisas em etologia (estudos dos costumes sociais humanos), etnologia e antropologia.
- Ela é fundamental para a didática.
- Ela permitiu evidenciar um grande número de fenômenos
- Eis um exemplo de situação matemática bem conhecido ...

Uma situação matemática

Conhecimento da linearidade e
saber da propriedade
característica

A ampliação de um quebra-cabeça (puzzle)

O professor :

« Vocês devem montar um quebra-cabeça para a pré-escola. Deve ser semelhante a este (mostra o modelo), mas deve ser maior

O lado dessa peça do modelo mede 4 centímetros.

A reprodução (a ampliação) deve medir 7cm.

Cada aluno deve ampliar uma única peça ».

Vocês montam depois.

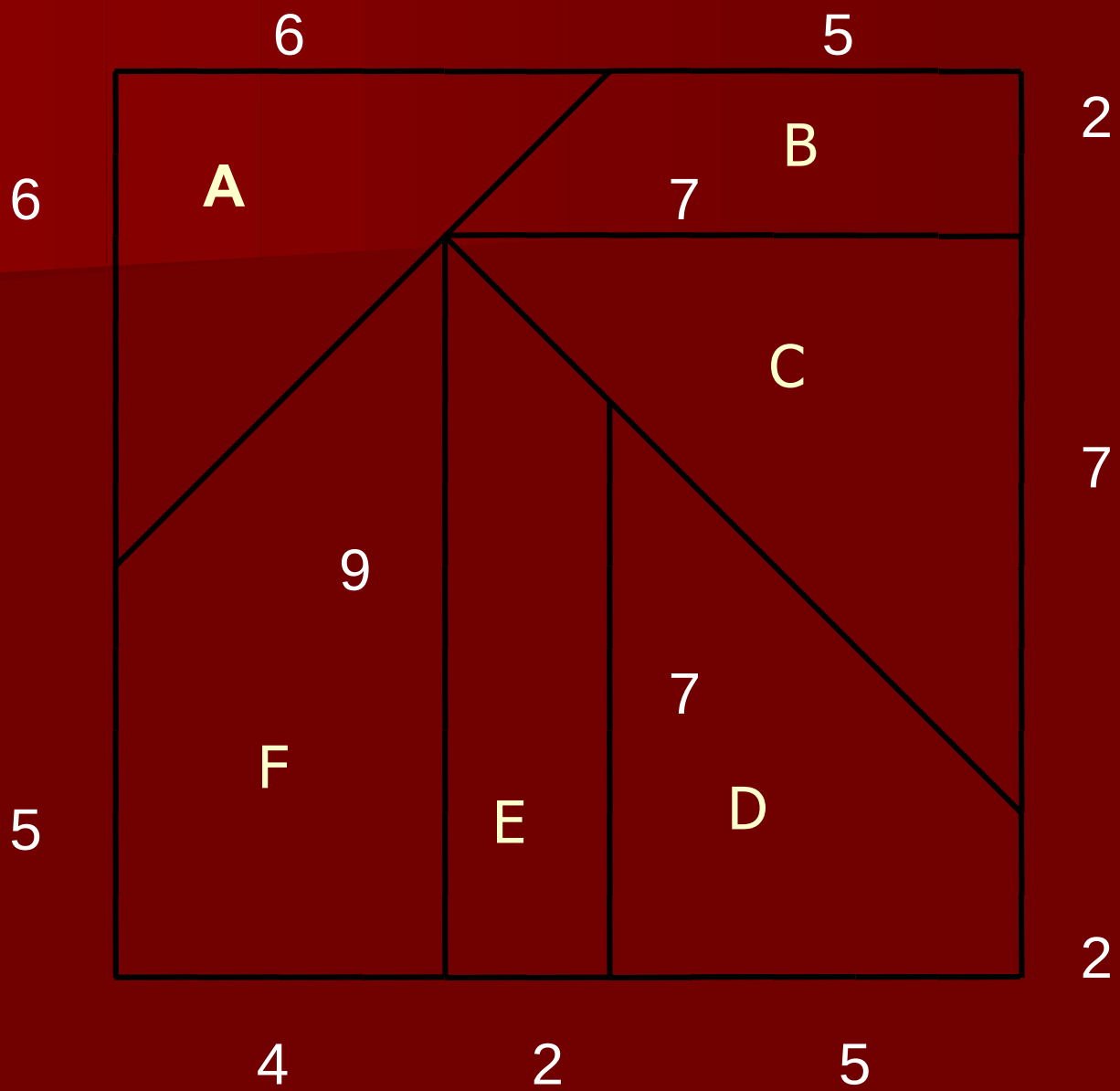


Figura 1

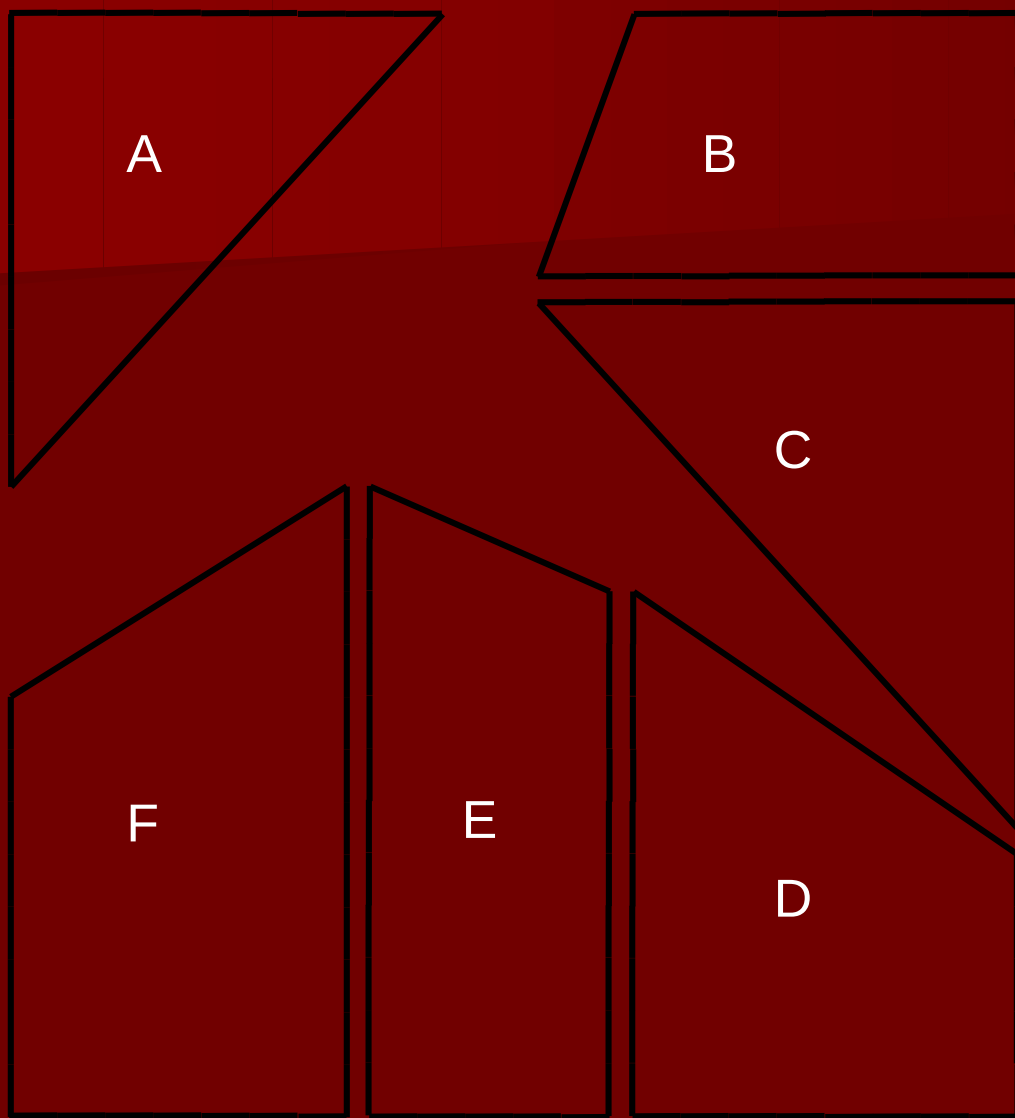
Primeira idéia

- $2 \rightarrow 2 + 3 = 5$

- $\underline{4} \rightarrow 4 + 3 = \underline{7}$

- $6 \rightarrow 6 + 3 = 9$

- E o que pode ser deduzido...



Resultado

Figura 2

Outras idéias

- $4 \rightarrow 7$, então $8 \rightarrow 14$ e também $12 \rightarrow 21$

(a proporcionalidade, como único modelo familiar, mas empírico, sem justificativa)

- $4 \rightarrow 2 \times 4 - 1 = 7$

$$6 \rightarrow 2 \times 6 - 1 = 11$$

$$2 \rightarrow 2 \times 2 - 1 = 3 \quad \text{o resultado parece satisfazer}$$

- A montagem « visualmente » também

- Mas todos haviam visto o que segue !...

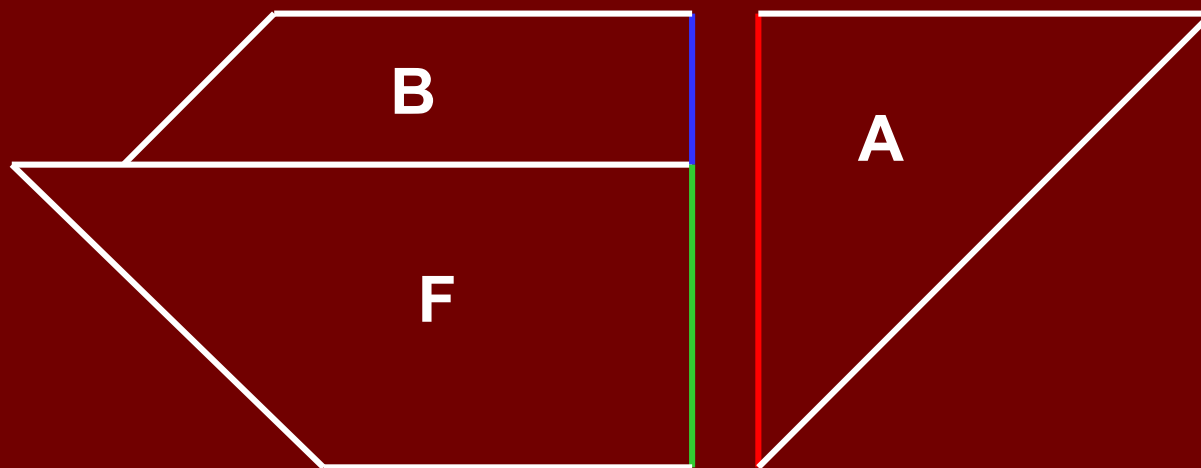


Figura 3a

Com o original

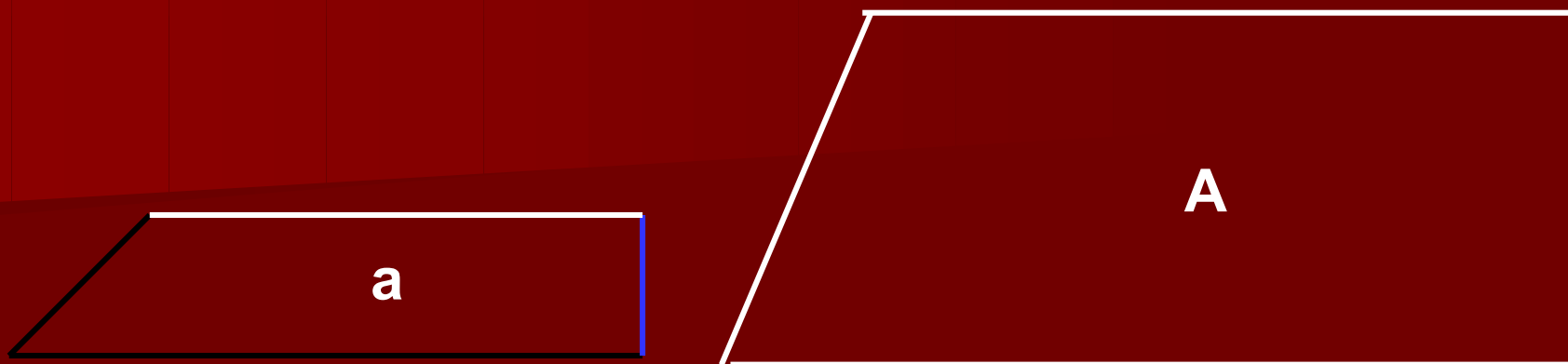


Figura 3b

A ampliação +3

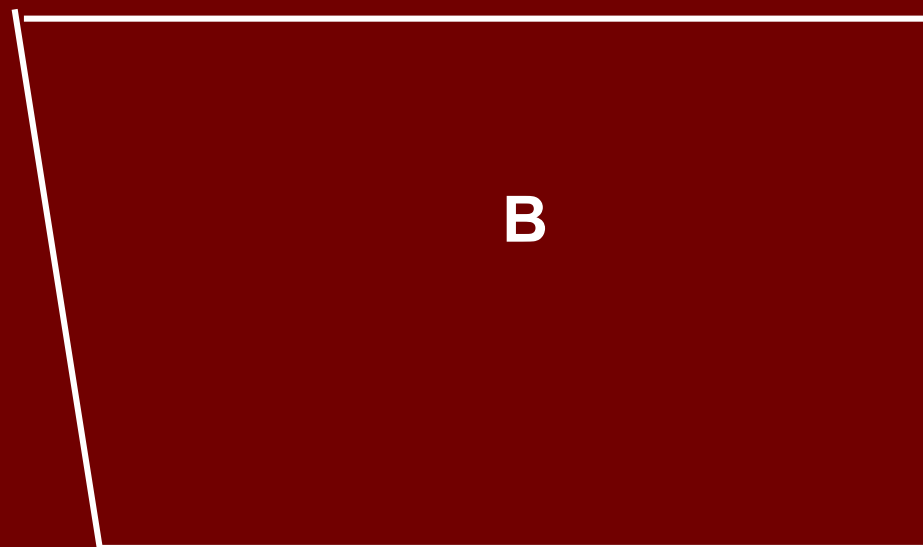
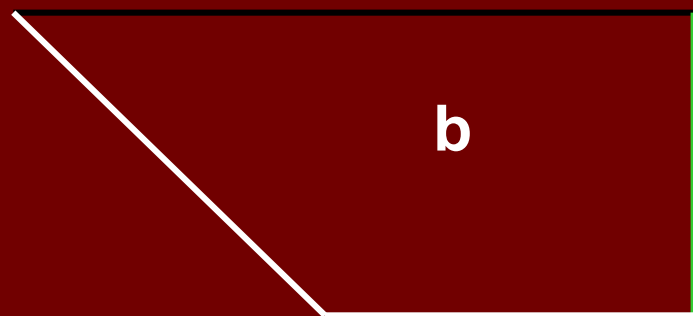


Figura 3c

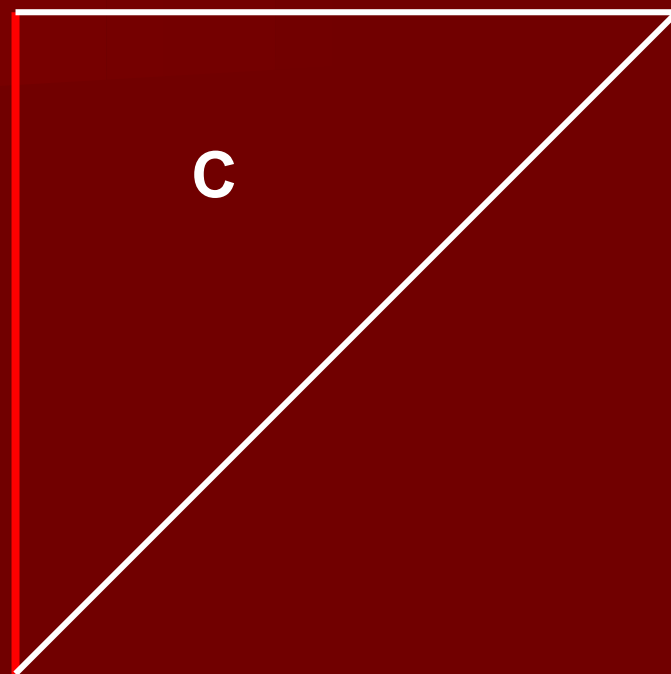
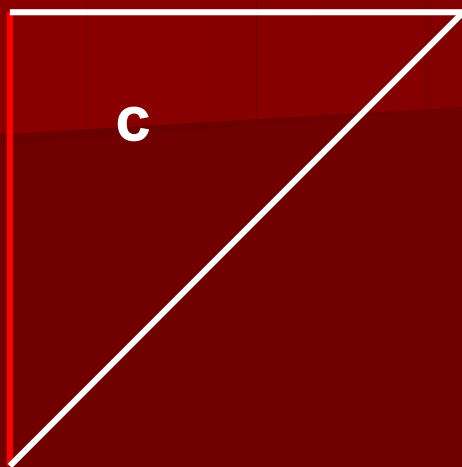


Figura 3d

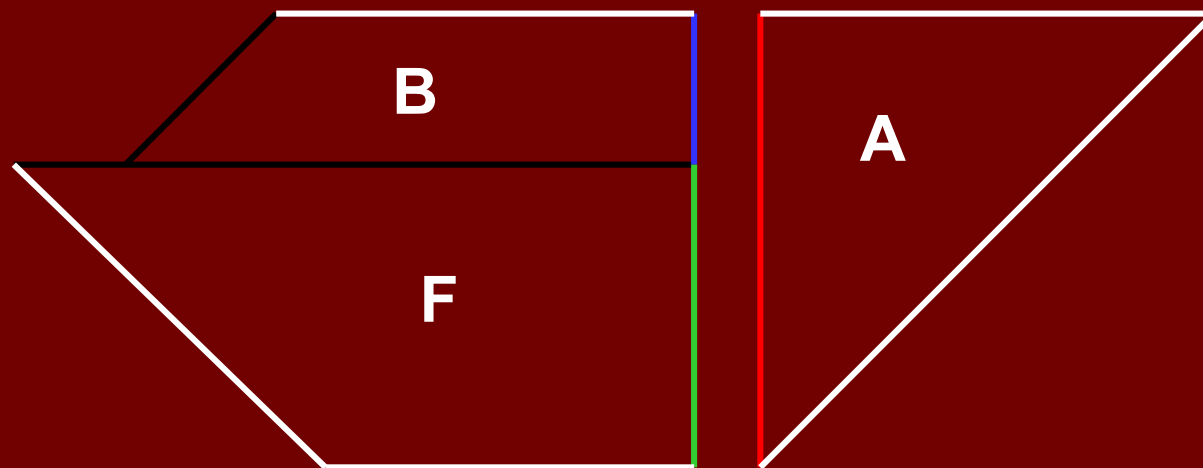


Figura 3a

Com o original

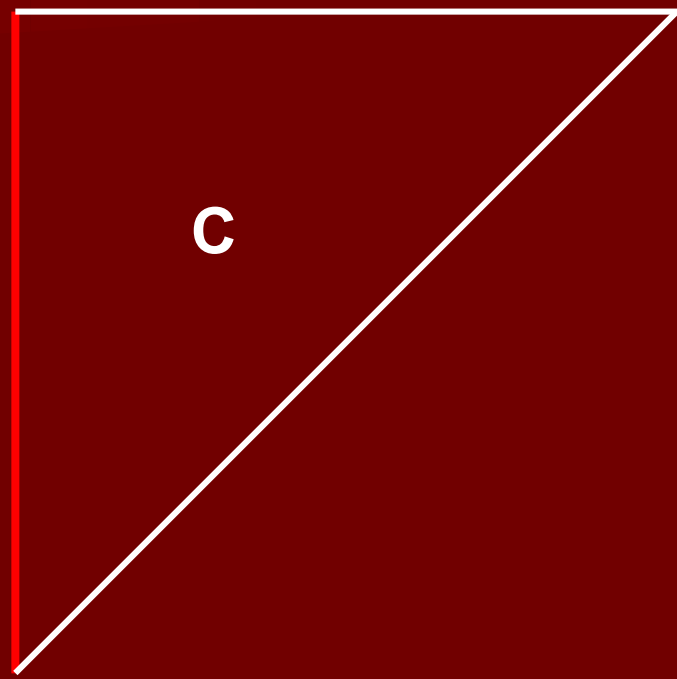
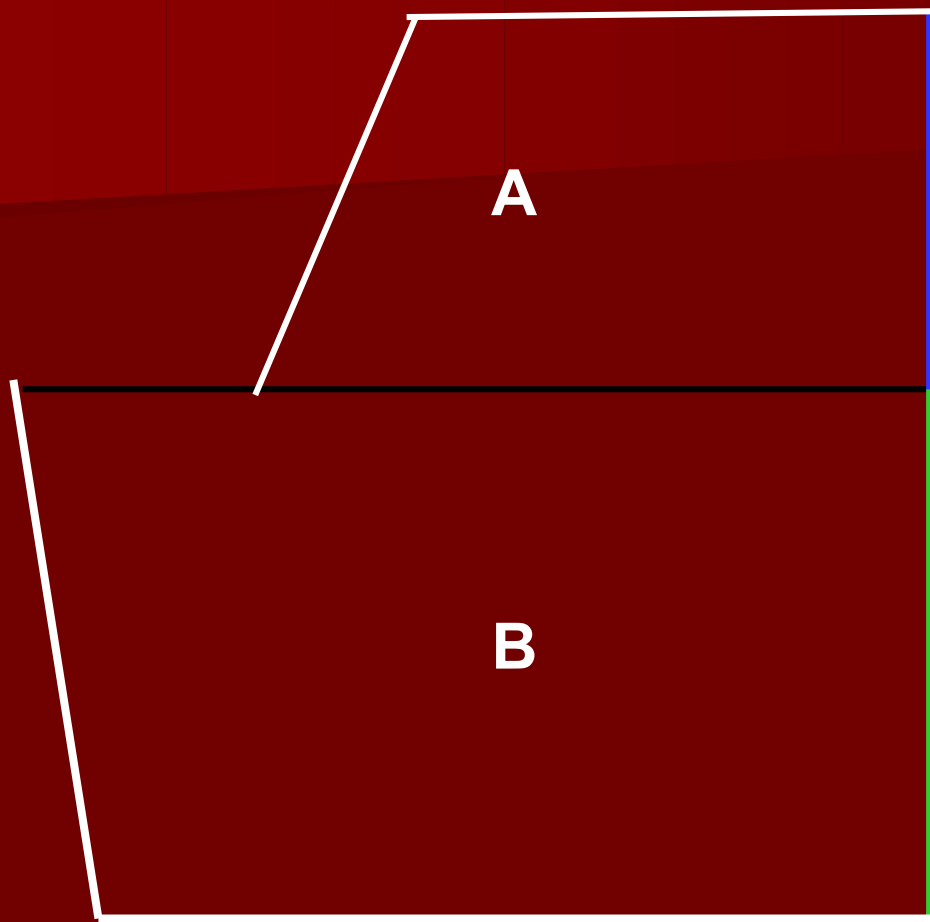


Figura 3f

Com a reprodução

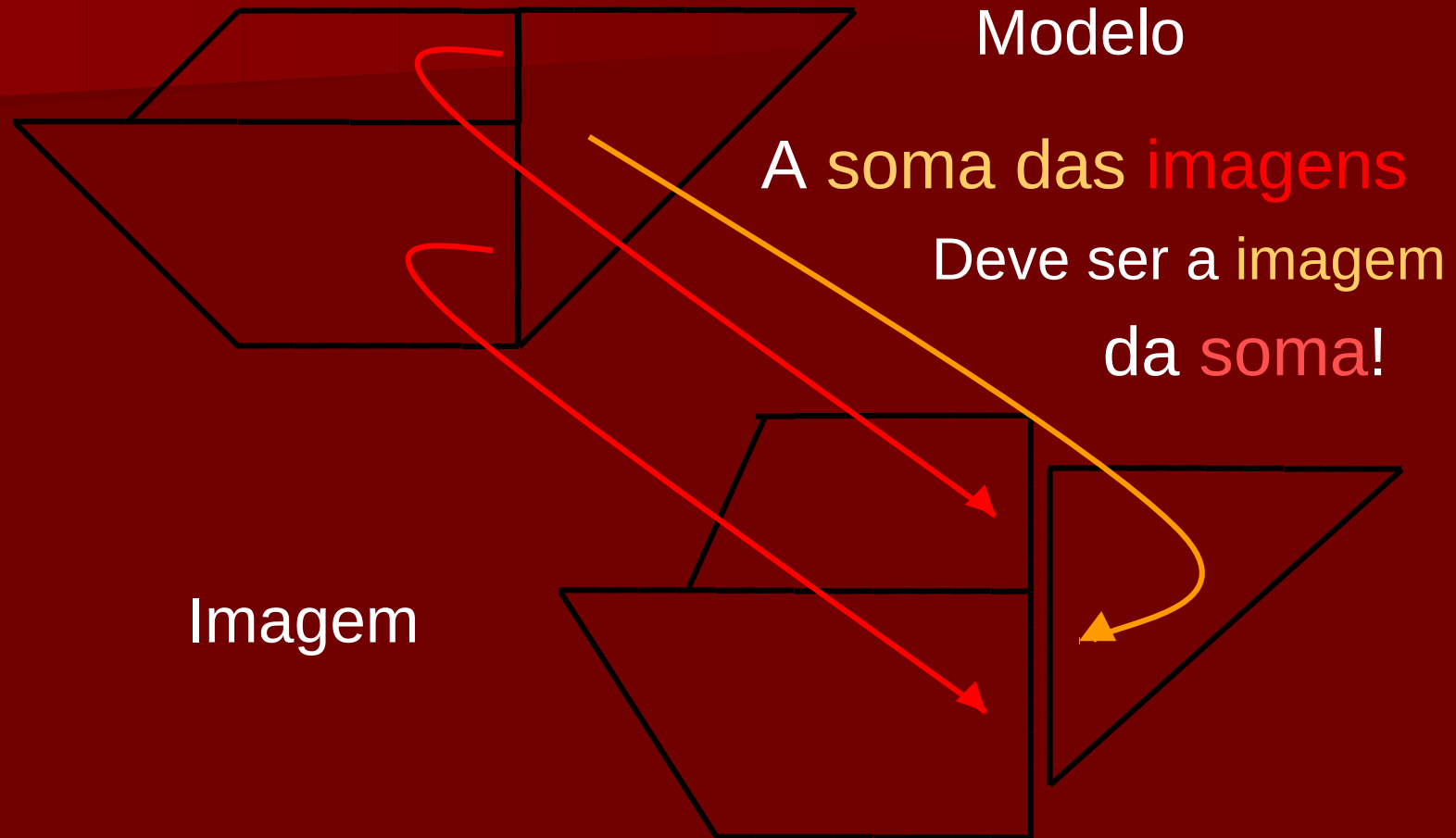
Por quê?

$$\begin{array}{rcl} 2 & \rightarrow & 2 + 3 = 5 \\ + \quad \underline{4} & \rightarrow & 4 + 3 = 7 \\ 6 & \rightarrow & 6 + 3 = 9 \end{array}$$

- $2 + 4 = 6$ mas $5 + 7 \neq 9$!!
- Não podem coincidir
- Acrescentou-se 3 uma vez aqui, mas 2 vezes!

Todavia, está longe deste **conhecimento** ao **saber** expresso a seguir.

Figura 4



- Assim a propriedade característica da linearidade é então conhecida dos alunos
- E vai ser utilizada regularmente, como teste, como referência para as ações, ainda que dificilmente será formulada pelos alunos não sendo portanto ainda um saber.
- Mas este conhecimento permitirá construir, no momento adequado, um saber conveniente.

- Se admitirmos que a construção de um saber a um dado momento pode fazer apelo aos conhecimentos não institucionalizados ...
- ...Então, podemos organizar gêneses do saber dos alunos que funcionam como uma aculturação à tribo dos matemáticos, inventores ou praticantes.

- Acabamos de explicitar um pouco as relações apresentadas na primeira parte, entre:
 - De um lado, um « meio »(milieu), suas práticas e sua cultura,
 - E por outro lado, o ensino e a frequência a estas práticas para sua transmissão
 - É isto que a etnomatemática estuda nas civilizações ou nas culturas isoladas.

As situações didáticas

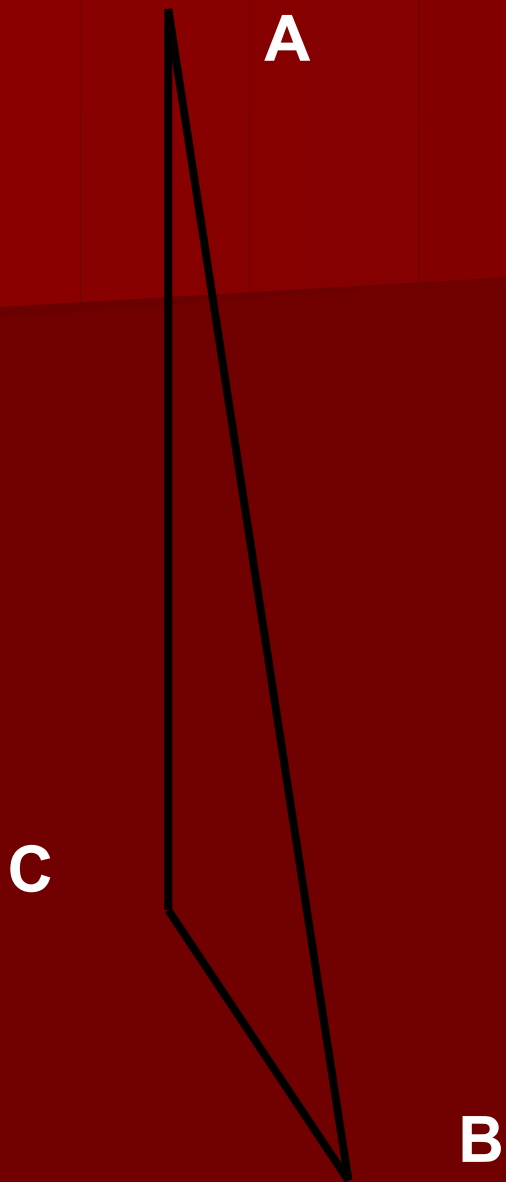
- Mas, em nossas cidades, o professor é o representante de uma cultura constituída em outro lugar (na tribo dos matemáticos), o que coloca problemas novos e apela a um modelo diferente de relações : **as situações didáticas**
- Sua modelagem pode aplicar-se aos contatos entre sociedades diferentes.

Uma situação didática

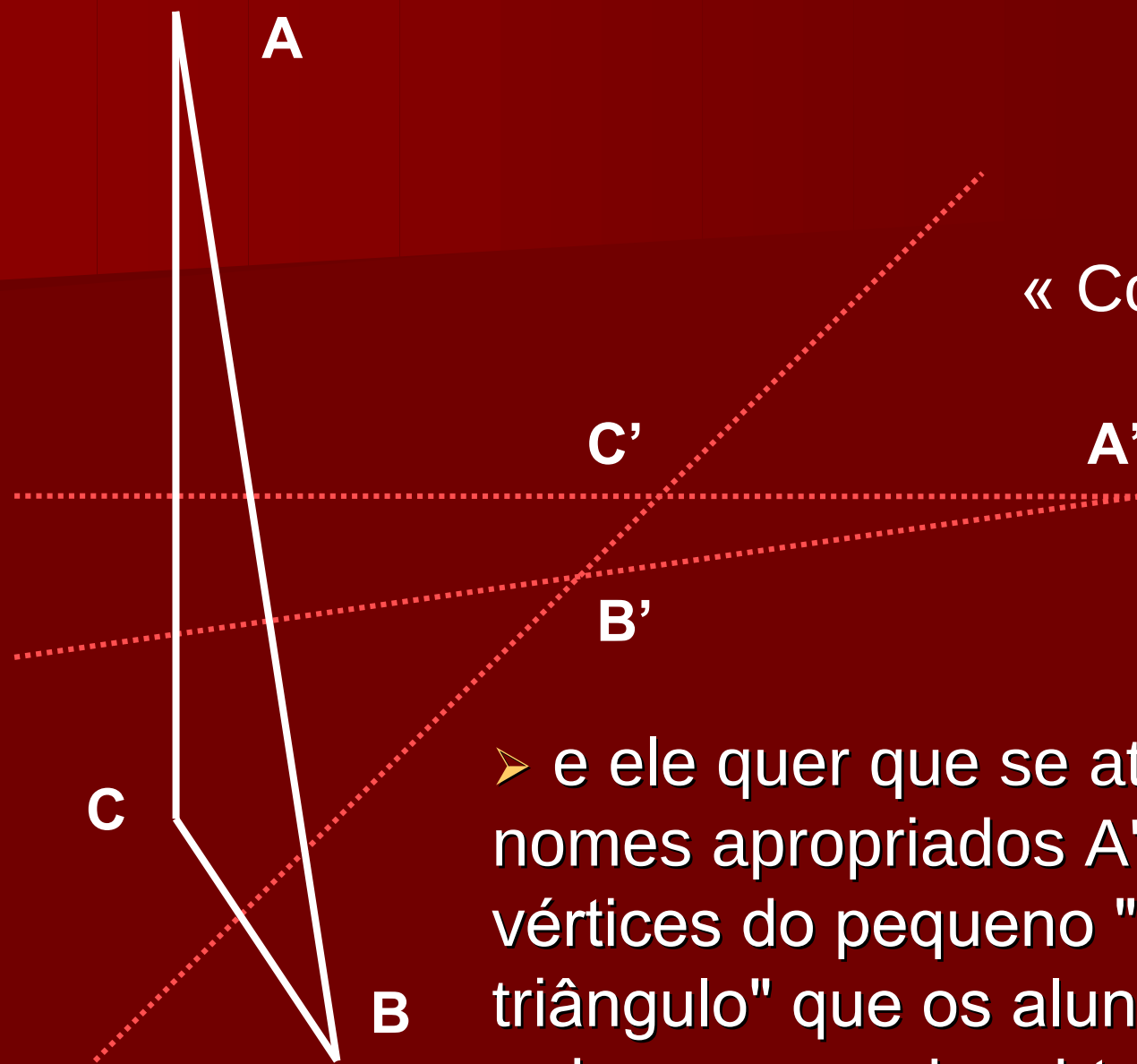
O que é a geometria?

Exemplo de iniciação à atividade
matemática

- Uma das primeiras situações didáticas sobre a **geometria** visa defini-la em relação ao **conhecimento do espaço**.
- Parte de lições que conduziram os alunos a conhecer o espaço :
 - a construir objetos, figuras, trajetos
 - a prever o resultado de algumas ações ou transformações,
 - a utilizar um vocabulário apropriado, etc.

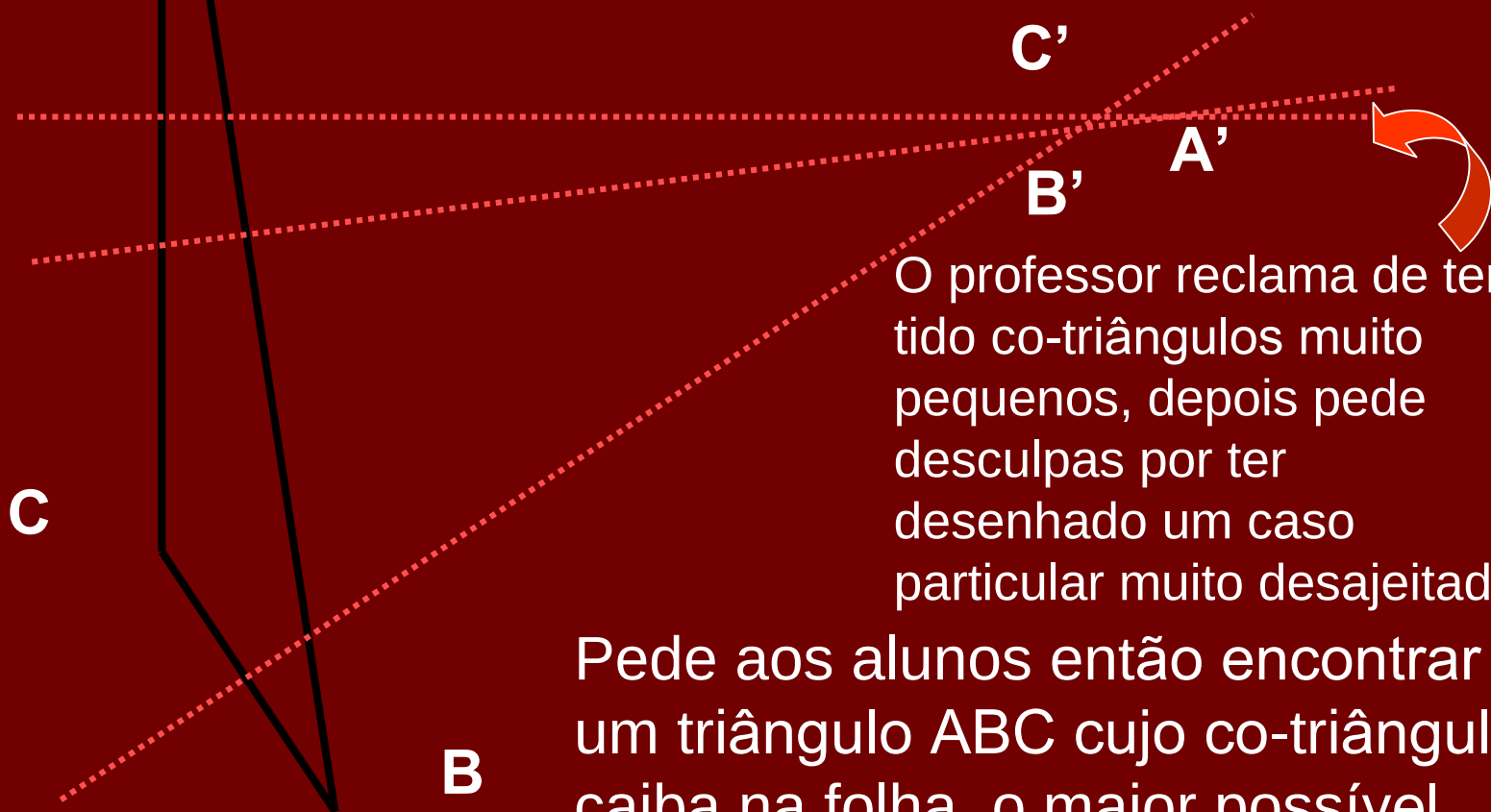


O professor
pede « seriamente »
aos seus alunos
iniciantes traçar a
mediatriz de um
pequeno triângulo
ABC muito achatado



➤ e ele quer que se atribuem nomes apropriados A' B' C' aos vértices do pequeno "co-triângulo" que os alunos « devem » assim obter.

Os alunos obtiveram figuras do tipo:



O professor reclama de ter tido co-triângulos muito pequenos, depois pede desculpas por ter desenhado um caso particular muito desajeitado!

Pede aos alunos então encontrar um triângulo **ABC** cujo co-triângulo caiba na folha, o maior possível.

- Os alunos ficam obstinados na busca.
- Eles devem finalmente emitir a **hipótese** que esses três pontos A' , B' C' poderiam representar um único ponto.
- Propor **a prova**, contra “a evidência” da figura, e não com ela.
- Por isso, é necessário que entrem em acordo sobre a definição da mediatriz como lugar (geométrico) e sobre os postulados.
- *Então, o professor explica a diferença entre « ver » e « demonstrar ».*
- A geometria não consiste em descrever aquilo que se vê, mas estabelecer o que « deve » ser visto.

Etnomatemática e Macro Didática

- A didática estuda também diversos fenômenos que afetam o comportamento de instituições inteiras em relação a conhecimentos particulares
- Esses estudos pertencem à macro didática em referência à macroeconomia e são próximos da etnomatemática.
- Gostaria de evocar dois

A avaliação

- Foi em Campinas, em 1979, que denunciei pela primeira vez os efeitos da avaliação, com a ausência de uma teoria didática sólida levando em conta o papel dos conhecimentos na aprendizagem e no ensino da matemática.
- Eu não tinha previsto que as mídias fariam dela um instrumento de injunções paradoxais (no sentido de Watzlawic) destruidoras para a educação.

As grandes reformas do ensino de matemática

- Conhecemos recentemente pelo menos duas: a chamada matemática moderna e a chamada « back to basis ».
- Uma outra, mais potente e profunda, foi induzida pela psicologia e pelas neurociências: pretendia resolver todos os problemas de ensino no nível individual, pelo conhecimento do cérebro dos alunos!

- Em cada um dos casos, tudo se passa como se uma pequena tribo de especialistas, respeitáveis num domínio científico restrito, tentasse transmitir a uma sociedade inteira um projeto conforme seus pontos de vista e seus interesses para o ensino primário, sem se preocupar de conhecer as condições, nem os efeitos de suas ações de agitação – propaganda.

1. A avaliação sem limites

- A avaliação só pode examinar os resultados do ensino através das aquisições de saberes pelos alunos, fora do contexto.
- O funcionamento dos conhecimentos ficaria escondido, a menos que os professores continuassem a lhes consagrar a atenção necessária – o que faziam inconscientemente...
Em parte – Mas ...

- As avaliações revelam resultados que todo mundo acredita poder apreciar como conhecedor: elas não se apóiam em nenhum sistema científico explicativo.
- Cada leitura decepcionante leva a interpretações fantasiosas e correções inspiradas pela estratégia meteorológica de Gengis Khan
- Os professores que constatarem que uma noção não foi aprendida, raramente a retomam mais lentamente para respeitar a RIPS e, se for necessário, para tirá-la de seu programa.

- Mas a retomada da aprendizagem dos saberes ou a repetência, se faz ignorando todos os conhecimentos adquiridos,
- O ciclo recomeça: as exigências diminuem e os resultados, conseqüentemente, baixam.

- Quanto mais a avaliação dos saberes penetra profundamente na intimidade dos processos de aprendizagem e de ensino, mais o tratamento dos conhecimentos é negligenciado e mais os fracassos são graves e evidentes.

2. Matemática moderna

- A linguagem, a organização e mesmo a filosofia da matemática tendo sido profundamente mudada no curso do século 20, precisavam ser adaptadas ao ensino.
- No otimismo pós-guerra, esse projeto generoso foi rapidamente ampliado por todos os aportes e de todas as ambições das disciplinas que gravitam em torno do ensino : **New maths**

- Mas o vinho novo quebrou as velhas garrafas, formadas pelas concepções didáticas e psicológicas antigas.
- A ciência didática nascente não podia deixar de:
 - prever os fracassos pelo uso ingênuo das sugestões « modernistas » nos sistemas antigos muito complexos, sofisticados, mas relativamente adaptados
 - e aproveitar do movimento para desenvolver seus conceitos e seus métodos

3. « Rétro novação »

- Há 15 anos, alguns membros da tribo dos matemáticos querem que o ensino « volte » às velhas práticas: **back to basis**
- Mas, por isto, precisavam recomendar que se ignorasse tudo das pesquisas e das práticas que foram apreendidas desde então.

- A ignorância dos anos 70 em relação aos fenômenos didáticos foi reconhecida e assumida. A tribo desenvolveu pesquisas nessa área. Mas as ações vigorosas da época não podiam ainda levar em consideração esses fenômenos.
- A ação dos rétro inovadores foi sistemática e arrogante, mas cheia de desprezo para os professores de matemática e para os pesquisadores da área de educação
- A tribo não aprendeu nada. Uma volta ao estágio inicial é possível em história?

4. Os Neurocientistas

- As diligências para a individualização do ensino tiveram sempre como base de apoio argumentos psicológicos.
- A centralização exclusiva da psicologia sobre o estudo « do » conhecimento e da « aprendizagem » no nível de sujeitos isolados, tirou fora do campo o estudo das condições de aprendizagens coletivas e específicas de diversos saberes.

- Além do mais, a psicologia teria aceito sempre, sem contestar, os pressupostos didáticos profundamente associados à apresentação padrão dos conhecimentos matemáticos.
- Ela não pode manipular a matemática para encará-la de outra forma que como saberes; ela não pode fazer oficialmente a teoria de seus dispositivos e seus efeitos possíveis sobre os conhecimentos.
- A epistemologia lhe é então estranha.

- Ela é muito preciosa, e essencial para o conhecimento e a prática do ensino.
- Mas, ela não pode dar um quadro teórico e experimental sólido para garantir a validade das inferências tiradas de seus resultados no campo do ensino da matemática, mesmo quando se trata de uma aprendizagem individual

- Além do mais, a maneira em que a freqüência a um « meio » (milieu) e a participação em uma cultura produzem a aprendizagem, está fora de seu alcance
- Ora, a teoria das *situações matemáticas* mostra o papel essencial da função dos conhecimentos e dos saberes na aquisição dos conhecimentos e dos saberes e a importância das funções coletivas, da comunicação, da prova, da institucionalização ... nos processos de aprendizagem.

- A teoria das *situações didáticas* coloca que o papel do professores é suscitar a aparição dos conhecimentos e dos saberes nos alunos por uma gênese, artificial mas transposta, da atividade da comunidade matemática.
- Ela mostra como o ensino é uma colocação em cena dos saberes nas práticas de uma sociedade: a classe
- E, porque sobre o conjunto de uma população, a participação a uma cultura comum parece ter resultados bem melhores que a criação em situação de isolamento.

- O afastamento da psicologia em relação à didática aumenta com a colocação de todo um setor sobre a tutela das neurociências.
- Algumas pessoas acreditam que é possível inferir do estudo do funcionamento do cérebro todos os resultados cognitivos acumulados pela humanidade inteira em mais de um milhão de anos, como se a história fosse indubitavelmente inscrita e reproduzível no cérebro.

Um teste

- Um fenômeno de macro didática é revelador das limitações que a sociedade impõe aos resultados das pesquisas em educação.
- Na maior parte da França, a denominação oral dos números de 70 a 99 é irregular. Em vez de continuar apos « cinquante soixante » para « septante, huitante e neufante » precisa dizer « soixante dix... quatre vingt... quatre vingt dix sept..! »

- Esta estranha herança dos antigos sistemas de numeração à base vinte e sessenta intervém no ensino no momento em que as crianças começam a compreender a numeração de posição. Foi provado que, pelo menos em dois meses, os alunos ficam perdidos nessa aventura inútil.
- A convenção decidiu suprimir esta irregularidade em 1794.

- Este desejo foi lembrado até os anos 50
- Era uma reforma que não precisaria de nenhuma despesa, nem material, nem reciclagem, a sua base científica está perfeitamente estabelecida e os benefícios assegurados.
- Nenhum promotor das grandes reformas que evoquei acima aceitou inscrever este modesto objetivo nos seus projetos
- É um fenômeno de macro didática
... e de etnomatemática também, sem dúvida