

Didática e Teoria das Situações Didática em Matemática

Parte 1: Princípios

Guy Brousseau

Tradução: Maria José Ferreira da Silva

e

Saddo Ag Almouloud

Sumário

- 1. Introdução : *A didática*
- 2. Didática e didática da matemática
- 3. A micro didática: as situações
- 4. Os processos
- 5. A organização do currículo
- 6. Conclusões

Sumário

- 1. Introdução
- 2. **Didática e didática da matemática**
- 3. As situações
- 4. Os processos
- 5. A organização de currículos
- 6. Conclusões

A didática « clássica »

- Para Comenius, a didática é « a arte de ensinar ».
- um método único, suficiente para todas as matérias
- *« Só existe um único método para ensinar todas as ciências: é o método natural, válido tanto nas artes quanto nas línguas. As variações que poderiam existir são tão insignificantes que não exigiriam método especializado ».*

La grande didactique (1643 : Chapitre XIX, problème IV)

Ação, arte e ciência

- *O **projeto didático** é o projeto social de fazer apropriar por um “aluno” (sujeito ou instituição) um saber – língua, arte ou ciência*
- *O ensino é a realização desse projeto*
- *A **didática clássica** é então a arte de ensinar, e o estudo **normativo** das boas condições da difusão “do” conhecimento, quando esta difusão se faz por iniciativa da instituição que o difunde.*

Característica da didática clássica

Assim, a didática « clássica » :

- trata os problemas do ensino, projetando-os sobre dois componentes **independentes** : de um lado, o **conteúdo disciplinar**, e de outro, a **didática clássica**;
- e os considera como um problema de “**normas**” racionais, sócio-culturais.

Objecções

- *Especificidade segundo o «conteúdo»*

Hoje se sabe que nem a humanidade como um todo, nem cada um dos seres humanos, adquirem todos os conhecimentos nas mesmas **circunstâncias**, nem segundo os mesmos **processos**: a geometria, a álgebra ou as probabilidades não têm a mesma gênese nem a mesma organização.

- *Estudos experimentais e científicos*

O estudo da aprendizagem e do ensino tornou-se um campo **de estudos experimentais**. Convém considerar o conjunto de todas as condições do ensino e seus efeitos sobre todos os componentes.

Conseqüências

- A concepção ou o estudo de um fato didático (projeto ou ensino)
 - - depende profundamente do conhecimento que é objeto do ensino
 - - e exige, em contra partida, acomodações originais e apropriadas desse conhecimento
- O ensino produz nos alunos formas de conhecimentos que variam de acordo com as condições didáticas e que diferem dos saberes de referência

A nova didática:

- Se interessa pelas condições reprodutíveis e controláveis das aprendizagens e do ensino de todos os tipos.
- Se interessa principalmente pela especificidade dessas condições de acordo com o conhecimento visado ou obtido, e então, de acordo com a disciplina.
- Se aplica em distinguir, nessas produções, as declarações de carácter científico dos dispositivos de engenharia ou de opiniões.
- Considera que ela não é redutível às disciplinas nem aos domínios clássicos como a matemática ou a psicologia

Consequências

- Se seus estudos devem legitimamente integrar fatos da psicologia, da sociologia, etc, eles devem ser **estabelecidos** independentemente dos aportes dessas disciplinas. Um estudo de psicologia cognitiva no meio escolar não é um estudo de didática.
- Para assegurar um caráter científico aos seus objetos e seus métodos ***que não são levados em conta por outras disciplinas***, ela é levada a construir fundamentos próprios (epistemológicos, teóricos e metodológicos).

Ramos da didática atual

- A didática, como *prática, arte e técnica da difusão de conhecimentos* entre os seres humanos, no caso onde esta difusão se faz por iniciativa da instituição que os difunde compreende:
 - O *ensino*
 - A *engenharia didática* (concepção, condução)
- A didática como *ciência das condições desta difusão*, específicas de um conhecimento preciso.

Domínios da ciência didática

Diferentes abordagens gerais

{ Macro didática: ?
Micro didática: TSM, TSDM, TTD, TAD, TCC

TSM Teoria das situações matemáticas

TSDM Teoria das situações didáticas em matemática

TTD : Teoria da transposição didática

TAD : Teoria antropológica do didático

TCC : Teoria dos campos conceituais

Metodologia, Teoria dos objetos particulares em
DdM, sínteses etc.

Alodidática

- Vinda de origens diversas, aportes, trocas com a didática:
 - Matemática
 - Estatística,
 - Lógica, Teoria das linguagens, Teoria dos autômatos
 - Teoria dos jogos
 - Psicologia
 - Epistemologia e História da matemática
 - Lingüística e semiologia
 - Sociologia etc.

Engenharia didática

- Consiste *em imaginar em quais condições* a invenção ou o uso do que é fundamental, *por exemplo, a estatística*, seria necessariamente “produzida” pelos alunos.
- Organizar o exercício do pensamento do aluno e lhe dar todo o campo necessário *aos momentos decisivos* para que ele possa penetrar nas relações fundamentais constitutivas de um conhecimento.
- Mas, contrariamente à ideologia construtivista, todos os *modos de ensino* têm, a priori, seu domínio de utilidade.

Resumo: etapas da Didática

Definição de "didática" como "a arte de ensinar" (Comenius, 1648)

- "Projeto para ensinar qualquer coisa a qualquer um que não o queira aprender" (XIX).

- "Projeto social de uma instituição ou de uma pessoa, que uma outra instituição ou pessoa se apropria de um saber constituído ou em vias de constituição" (1975)

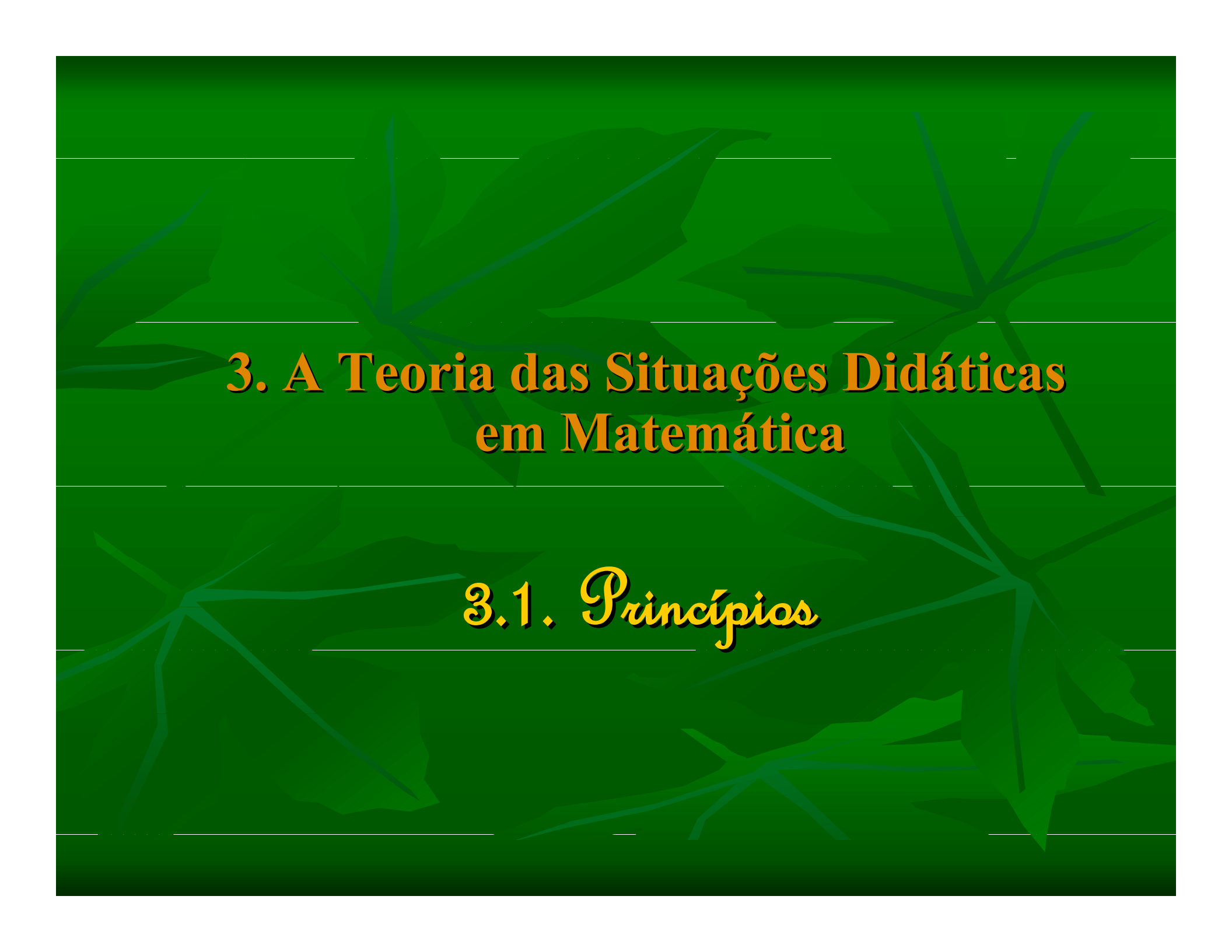
- "Ciência das condições da produção e da difusão dos conhecimentos úteis aos homens e as suas instituições" (1986)

The background is a solid dark green color. Overlaid on this are several large, stylized leaf shapes in a lighter shade of green. These leaves are arranged in a way that they appear to be part of a larger plant, with some leaves pointing towards the top and others towards the bottom. The leaves have a simple, elongated shape with a central vein and a few smaller veins branching off. The overall effect is a textured, organic background.

A micro didática

Sumário

- 1. Introdução
- 2. Didática e didática da matemática
- **3. As situações**
- 4. Os processos
- 5. A organização dos currículos
- 6. Conclusões



3. A Teoria das Situações Didáticas em Matemática

3.1. *Princípios*

Princípio 1

- Atenção voltada principalmente às *condições* de ensino e de aprendizagem, *específicas* do conhecimento em estudo.
- Estudo das características recíprocas de *pertinência, adequação, possibilidade de realização, economia* dos conhecimentos e das situações... (O único meio de que dispõem os professores para provocar a aprendizagem de um saber é o de conhecer e reproduzir as condições que provocam sua aquisição)

Princípio 2

- As condições não são independentes umas das outras,
Elas devem então ser estudadas como características de *Sistemas*,
- Os objetos devem ser definidos por suas funções nesses sistemas

Princípio 3

- Modelar os sistemas didáticos em termos de *jogos matemáticos* (“agente” – aquele que age -, estados do “milieu”, regras, importância), denominadas *situações*.

Nota : O par “*jogo - estratégia do agente*” constitui um autômato estocástico:

Um aluno diante de um problema escolar é um exemplo simplificado de situação.

Princípio 4

- O método geral para definir um conceito C em teoria das situações didáticas da matemática é:

"C é o objeto que resolve satisfatoriamente uma situação determinada $S(C)$.

Este método prolonga o método de Hilbert, clássico em matemática:

"C é o objeto que satisfaz uma certa relação $R : R(C)$ é verdadeira"

Princípio 5

■ Princípios de **decomposição e de composição das situações:**

- Um agente pode jogar diversos jogos independentes (situações) ao mesmo tempo.
- Mas vários jogos podem compor um novo e um jogo se decompor em vários.
- Os subsistemas podem ser estudados separadamente, mas sua confrontação com a contingência requer o exame do sistema completo.
- O observador está implicado no jogo e seu papel deve ser analisado.

Componentes de uma situação didática

Sociedade de
matemáticos



Princípio 6

- **Axioma da correspondência entre os conhecimentos matemáticos e as situações.**

- Cada conhecimento matemático possui pelo menos uma situação que o caracteriza.
- Cada situação matemática requer a utilização de pelo menos um conhecimento matemático.
- Mas não há correspondência um a um.

Princípio 7

- A um conhecimento preciso qualquer uma situação permite destacar **diversas características** :

- pertinência
- adequação
- possibilidades de realização
- “custo” de utilização, de comunicação
- “custo” de ensino,
- “custo” de aprendizagem etc.,

Essas características mudam segundo os parâmetros da situação.

Princípio 8

- Hipótese da existência de **situações fundamentais:**

Toda coleção de situações que caracterizam um mesmo conhecimento matemático, possui pelo menos uma situação fundamental que as geram pela determinação dos valores de suas variáveis.

Princípio 9

- **Uma aprendizagem** se manifesta por uma mudança estável de estratégia e de ganho sobre uma coleção determinada de situações. A substituição de um conhecimento por um outro é provocado por uma adaptação à situação.

Esta mudança pode resultar da adaptação pragmática a uma ou a várias componentes da situação didática, ou a uma situação reflexiva própria.

Princípio 10

- As situações podem se articular em processos de diversas maneiras:
 - Seguindo uma das articulações (logística, lógica, heurística...) dos conhecimentos que elas determinam.
 - Por extensão, segundo as variáveis cognitivas da situação
 - Por replicação por uma adaptação ergonômica
 - Por questionamentos reflexivos sistemáticos: sobre a consistência, sobre a “extensionabilidade”, segundo uma dialética ferramenta-objeto, etc.

Outros Princípios

- Os princípios, **epistemológicos** estabelecem as relações da T.S.D.M. com as ciências matemáticas (teoria, experiências),
- Outros **metodológicos** indicam as modalidades científicas de confrontações de modelos de situações com a contingência
- Outros **tecnológicos**, enquadram a engenharia de produção e do desenvolvimento
- Outros precisam as condições **éticas**, de interações (observações ou engenharia) com os sistemas educativos.

3.2. Exercício: revisão de uma concepção da didática

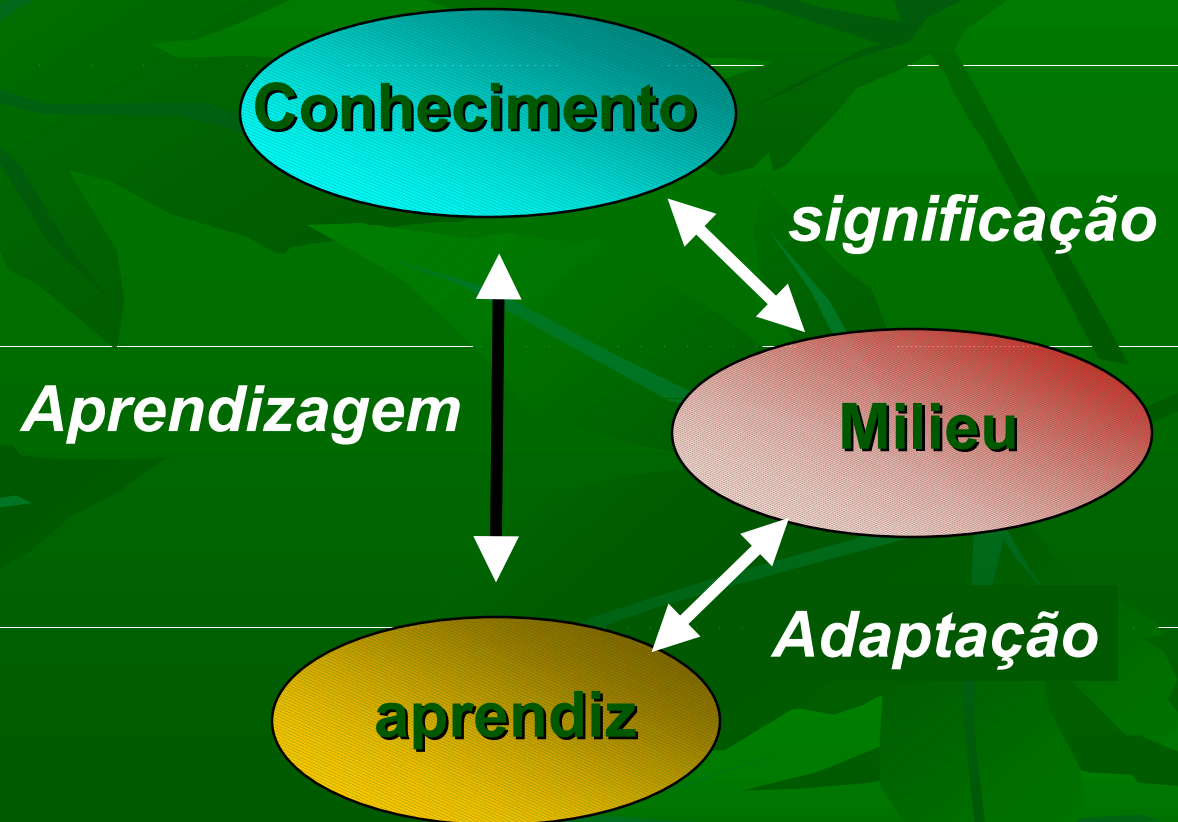
Ilustração de uma consequência desses princípios:

- A didática às vezes é determinada pela ajuda de um **esquema triangular**
- A Teoria das Situações rejeita esse esquema?

O dito “triângulo didático”



A aprendizagem espontânea



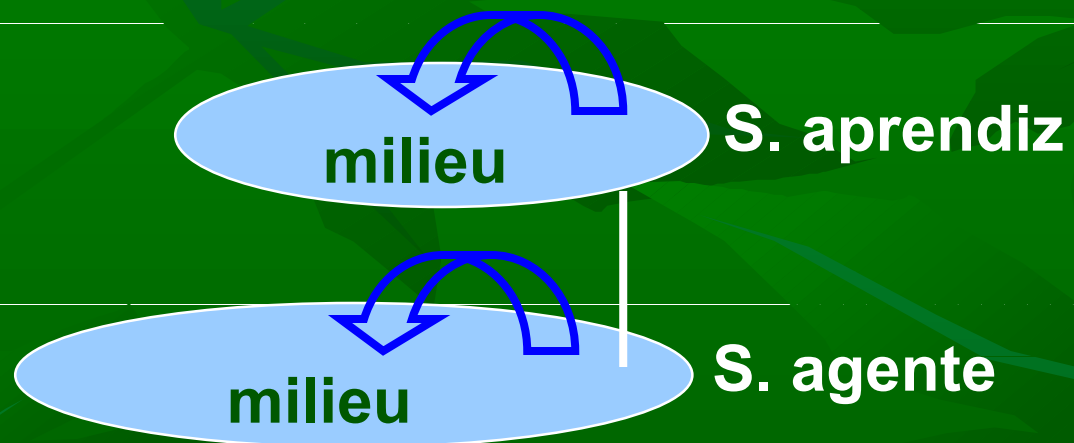
fusões... e confusões



O hexágono da didática



Situação não didática



A aprendizagem é uma reorganização, consciente ou não, dos meios de ação do sujeito

Situação a-didática

Sociedade de
matemáticos

P. matemático

sociedade

Profissional na
sociedade

P. Preparando a aula

S. aluno

P. professor



milieu

S. aprendiz

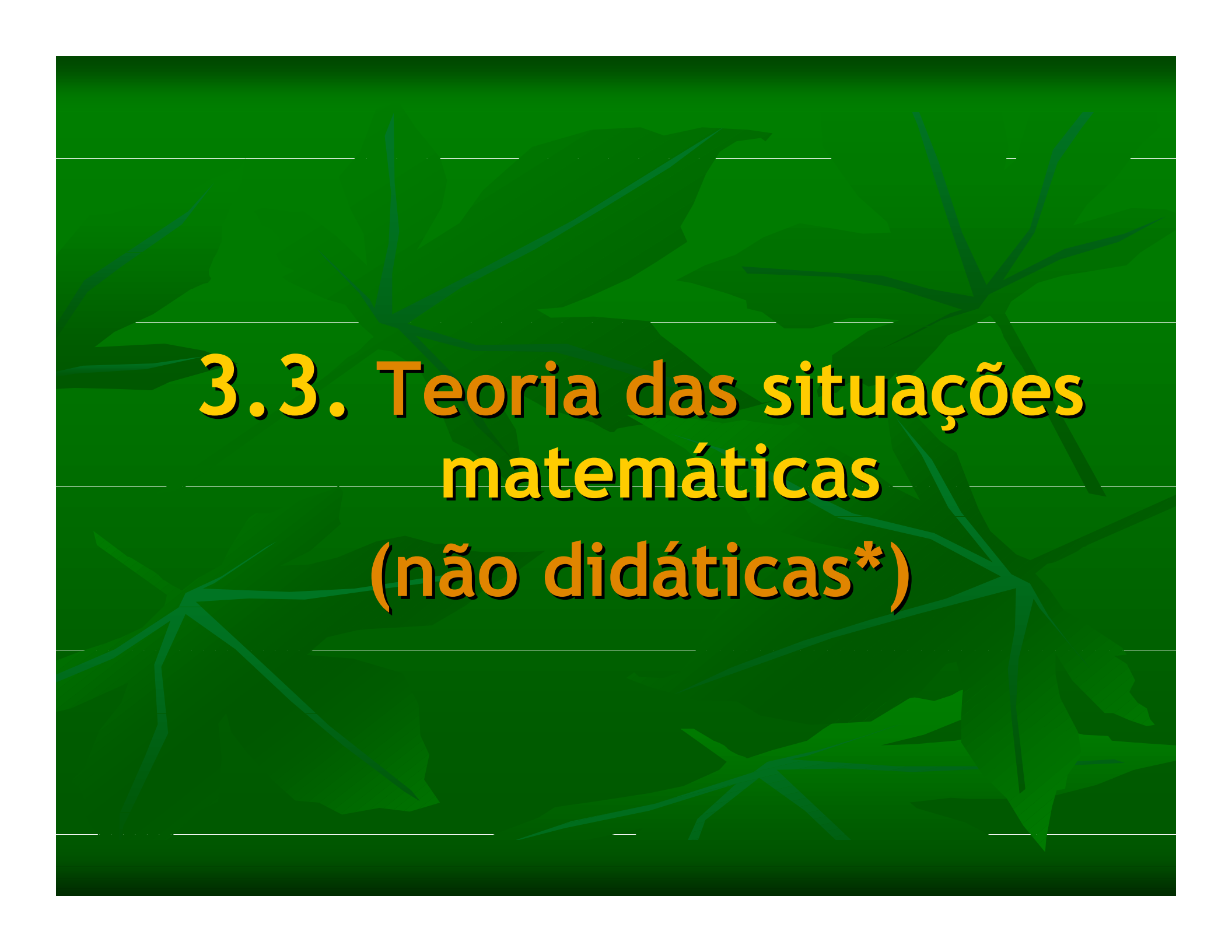
milieu

S. agente

**Situação
a-didática
(dédidactifiée)**

Resumo

- Uma *situação a-didática* concerne a parte de uma *situação didática* que o professor delega (devolve) ao estudante. O professor se esforça em excluir suas intervenções relativas à solução.
- O estudante pode então interagir com um *milieu quase não didático*, onde ele pode e deve ignorar as intenções didáticas do professor.
- Assim a produção pelo estudante de diferentes tipos de *ações*, de *formulações* e de *validações* só respondem a necessidades próprias, não didáticas.



3.3. Teoria das situações matemáticas (não didáticas*)

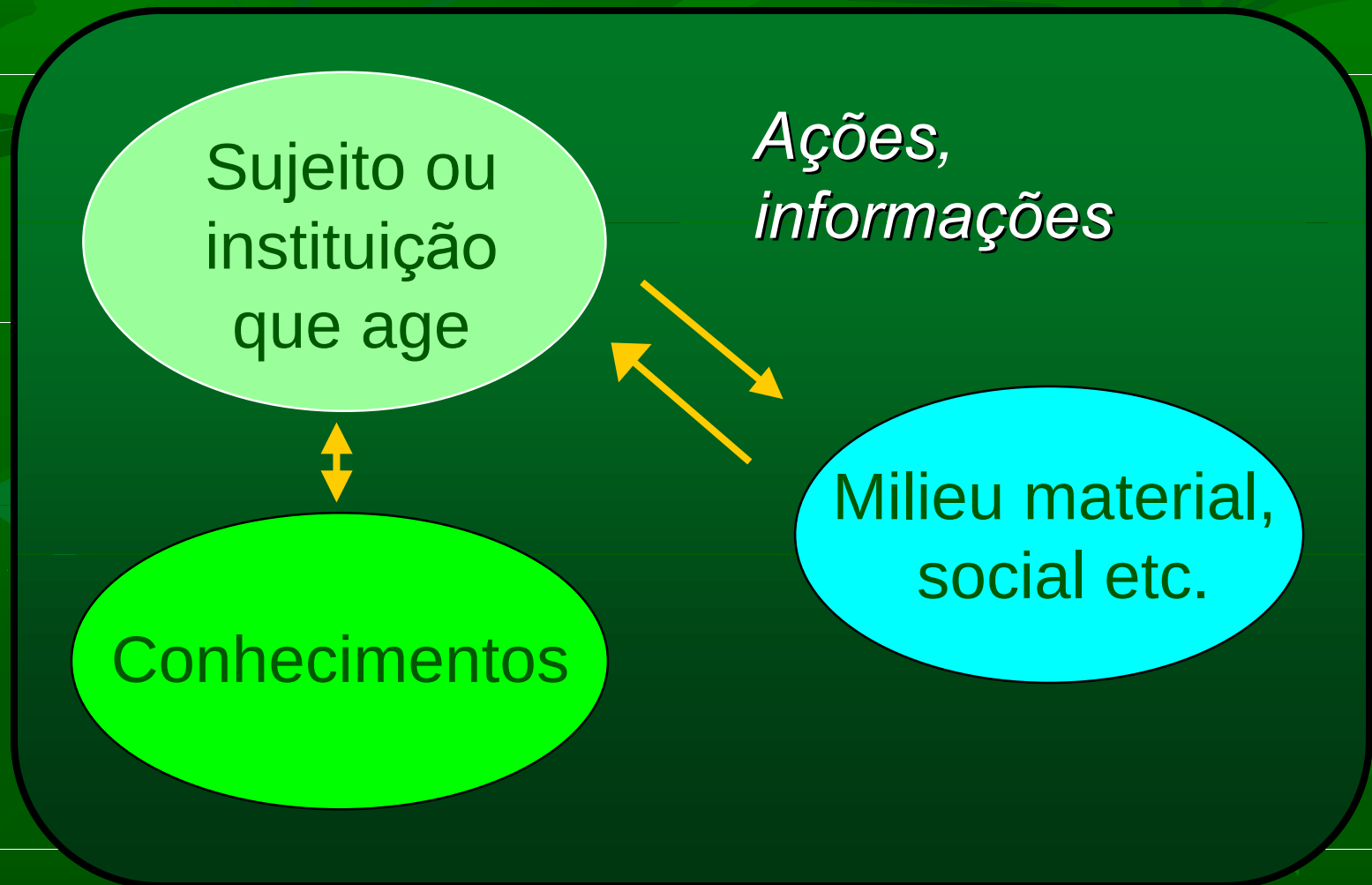
Situações, formas de conhecimentos e de aprendizagens

- As situações diferem essencialmente por suas regras. Essas regras são determinadas pelo conhecimento a ser ensinado. Entretanto,
 - as formas de conhecimentos
 - seu tipo de aprendizagem ou de aquisição são determinados pela estrutura do sistema: as classes de situações que podem as provocar pelo jogo de suas variáveis cognitivas e didáticas.
- formas, tipos e classes se correspondem um à um
- Em primeira aproximação, distinguimos 4 classes de situações:

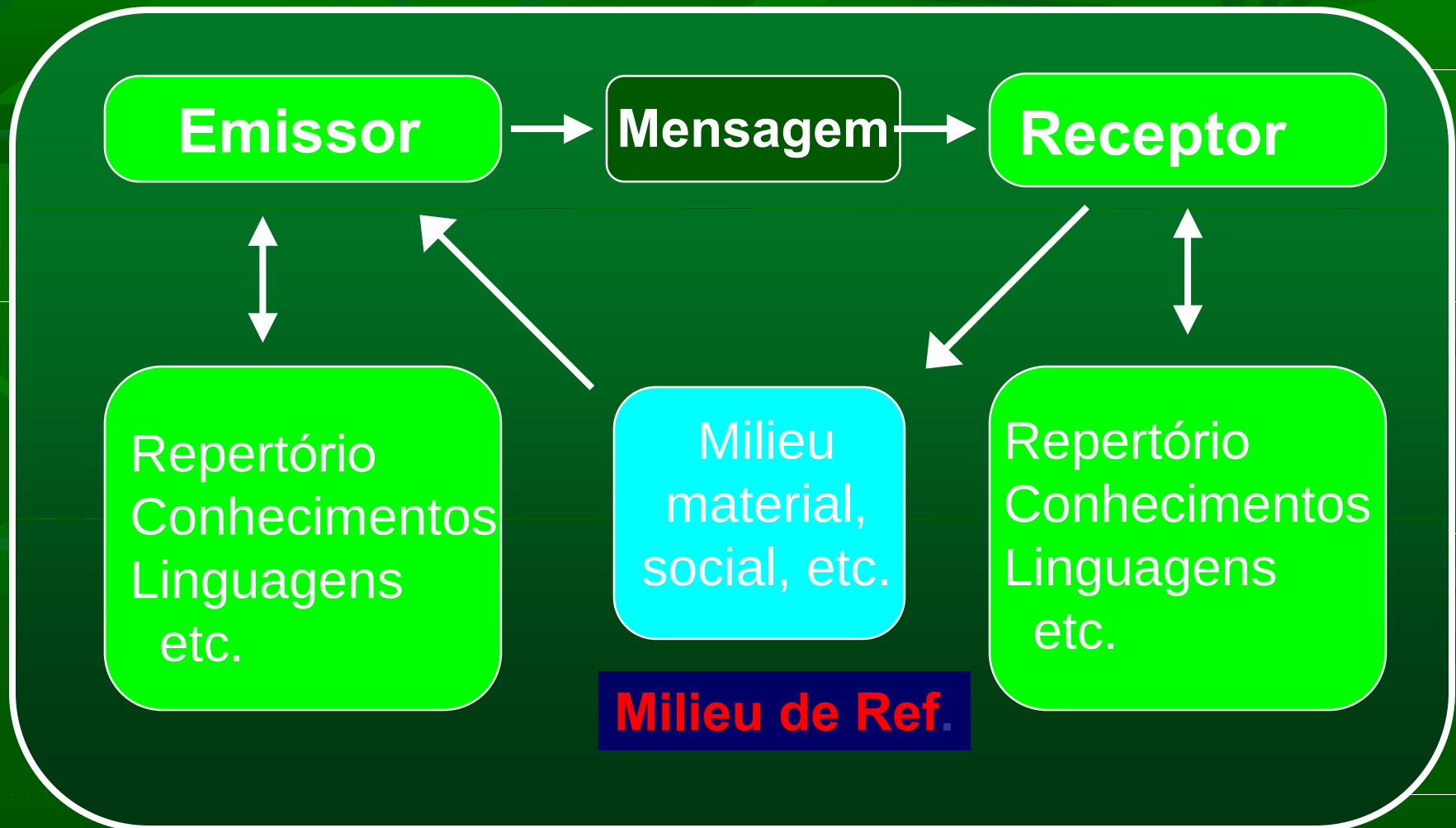
Situações não didáticas (mas com uso didático) relativos a um conhecimento

Manifestação	Função	Forma de conhecimento	Modo de aquisição
Ação: Performance competência, Código	Decisão, Modelo implícito de ação Repertório	Meio de tomar decisões	Assimilação, acomodação
Formulação: Performance competência, código	Oral, escrito, gestual mensagem linguagem	Meio de comunicar	Modificação ou criação de uma linguagem
Validação: Argumentação, prova,	Enunciado, conjectura, teorema Teoria	Meio de convencer de provar	Retórica lógica demonstração
Institucionalização	Saber	Referência, Validação social ou cultural	Informação, Convenção Instrução

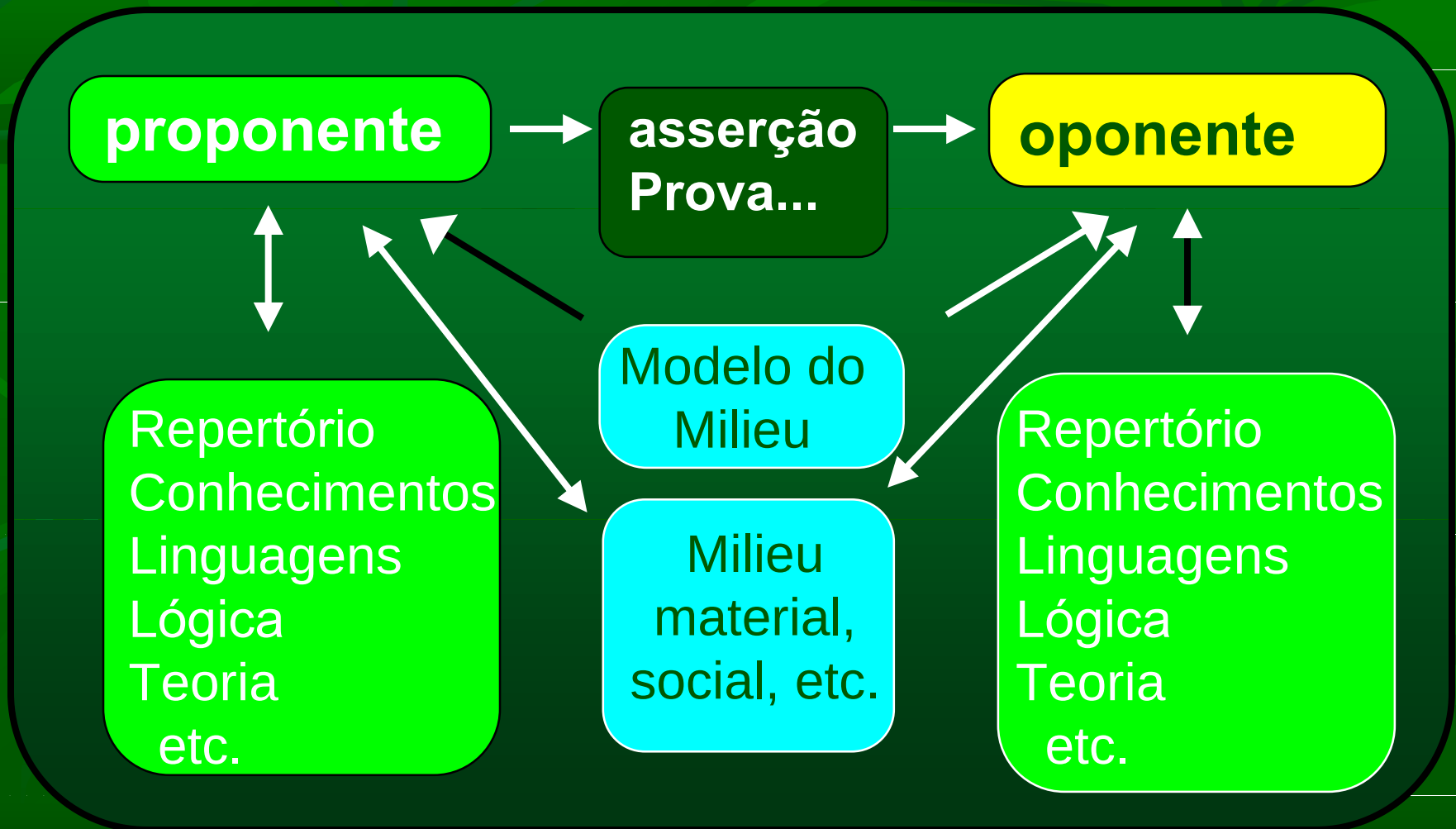
Situação de ação

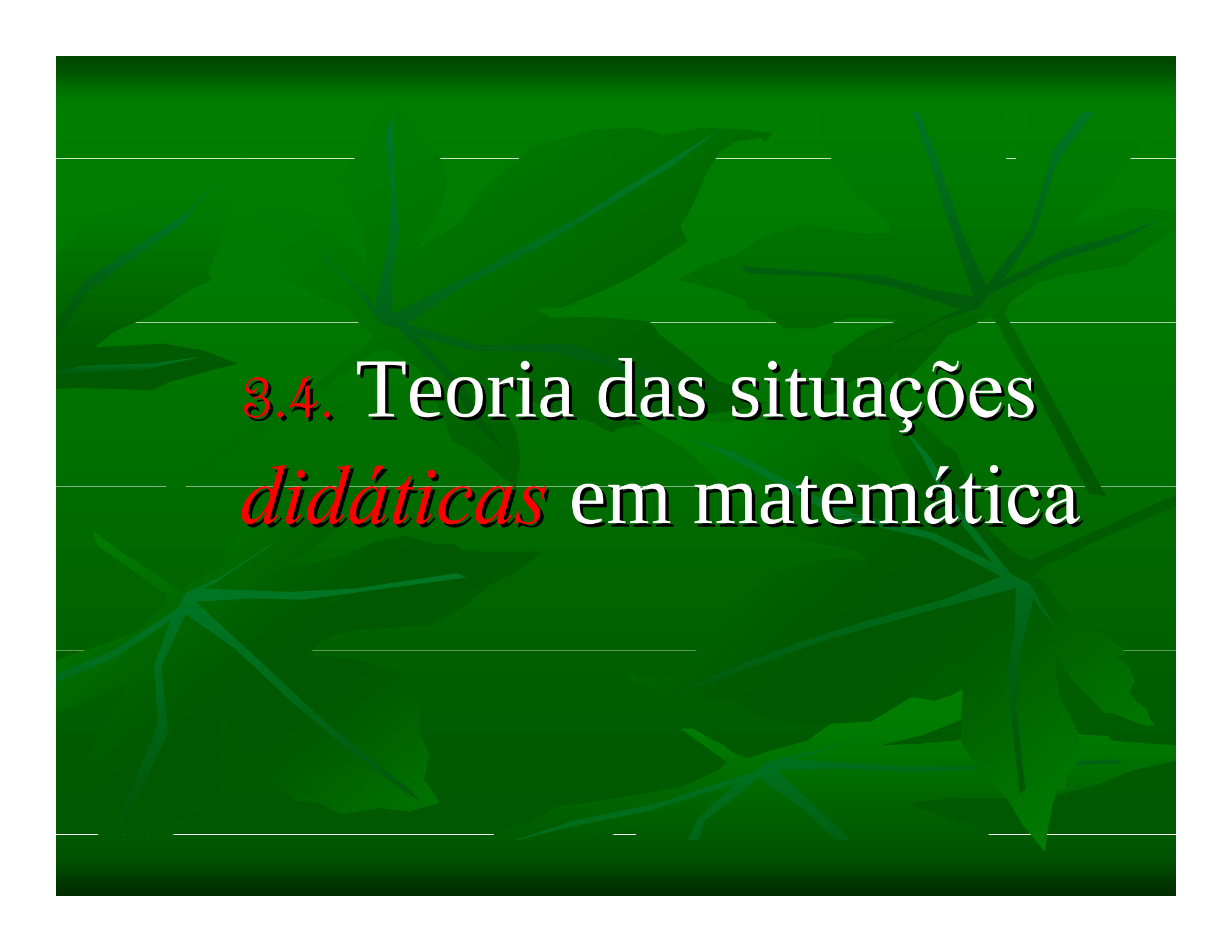


Situação de comunicação



Situação de demonstração, ou de validação social





3.4. Teoria das situações *didáticas* em matemática

Responsabilidades

- Os tipos de *situações didáticas* - ou *contratos didáticos* - se determinam pela repartição – explícita ou implícita - das responsabilidades entre o professor e os alunos.
- Da difusão sem retroação ao construtivismo dirigido, ou radical pode-se definir mais de 12 tipos de contratos ligeiramente ou fortemente didáticos

Paradoxos

- Os paradoxos do contrato didático
- Efeitos diversos desses paradoxos:
 - « Topázio »,
 - « Jourdain »,
 - « deslize meta didático »,
 - « abuso de analogia »
 - etc.

A institucionalização (1)

- É a passagem para um conhecimento de seu papel de meio de resolução de uma situação de ação, de formulação ou de prova, para um novo papel: aquele de referência para utilizações futuras, coletivas ou pessoais.

O professor e os alunos entram em uma nova convenção: o valor do conhecimento em jogo não é estabelecido imediatamente, ele é garantido pela sociedade, pela cultura...Ele se revelará daqui em diante em outras atividades didáticas ou não...

A institucionalização (2)

- O professor reconhece e nomeia os conhecimentos *interessantes* nas produções dos alunos, que deve esquecer suas próprias formulações e fixar o vocabulário.
- O professor combina com os alunos a possibilidade de exigir no futuro certos « saberes » como conhecidos e familiares
- Às vezes, certos objetivos de aprendizagem podem ser escolhidos e sua responsabilidade dividida entre o professor e os alunos.

Objetos da institucionalização

Identificação, denominação, verificação

- De uma situação, de um tipo de relação ou de uma prática matemática.
- De um projeto didático ou de aprendizagem.
- De um conhecimento.
- De um repertório para a formulação.
- De um repertório de provas.
- De um repertório didático e epistemológico comum com os alunos ...

A devolução

- O ato pelo qual o professor obtém que o aluno aceite e – possa aceitar – agir em uma situação a-didática, assumindo o risco e a responsabilidade de seus atos em condições incertas.
- A concepção e a gestão da incerteza das situações a-didáticas é a parte mais difícil do ato didático. Esta gestão produz diversos efeitos indesejáveis mas às vezes inevitáveis.

- O professor mostra ao aluno que ele, o professor, se desfez da responsabilidade de dizer e garantir a veracidade da resposta que ele, o aluno, deve dar.
- E procura obter que este aluno aceite esta responsabilidade.
- Não é suficiente dizer ao aluno: « você deve... ». Para que esta devolução seja possível, o professor deve se assegurar que a situação não didática possa ser « compreendida », quer dizer que o aluno conhece uma « estratégia básica » (eficaz ou não) para responder à situação.

Formas de devoluções ...

- De um projeto, de uma preferência
- Da responsabilidade de um resultado
- De uma interpretação causal
- Da responsabilidade de antecipar
- De uma situação a-didática
- Da reiteração
- De uma reificação etc.

Sumário

- 1. Introdução
- 2. Didática e didática da matemática
- 3. As situações
- 4. Os processos
- 5. A organização de currículos
- 6. Conclusões

4. Processos didáticos

- Um **processo didático** consiste em uma série de situações didáticas:
 - Relativas a um mesmo conhecimento (objeto de ensino ou de aprendizagem)
- De maneira que o bom desenvolvimento de cada situação exige o bom desenvolvimento de todos os precedentes.

- Cada situação pode ser proposta:
 - ✓ se ela é motivada por **questões** provocadas por situações anteriores
 - ✓ e graças as **aquisições** feitas nesta ocasião
- As justificações de uma situação se referem
- **Ao projeto do professor** (um currículo por exemplo),
- **Às possibilidades dos alunos** (inteligibilidade da situação, pertinência e interesse imediato de questões, possibilidades de resolver, etc.).

- Um tal processo constitui uma *cronogênese*: uma gênese que estabelece entre os conhecimentos ligações determinadas

- Por suas posições em uma história
 - e pelas relações entre as situações (ex. *Causalidade*)
- Origogênese*

- Uma *topogênese da matemática* é uma organização tal que cada objeto se situa, em função de sua definição e de suas propriedades, em uma ordem parcial regida pelas relações de necessidade lógica e de ergonomia.

dilema

- Para permitir uma forma de aprendizagem, a origogênese não pode coincidir em todos os pontos com uma topogênese.
- Mas no final, seu resultado deve tender a coincidir com ela.

Sumário

- 1. *Introdução*
- 2. Didática e didática da matemática
- 3. As situações
- 4. Os processos
- **5. A organização de currículos**
- 6. Conclusões

5. A ORGANIZAÇÃO DE CURRÍCULOS

- A maior parte dos sujeitos da escolaridade primária foram objeto de proposições de processos longos: números naturais e suas operações, decimais, racionais, medidas, espaço, geometria, probabilidades.
- A maior parte não sendo proposições de ensino mas de experiências de epistemologia que tendem:
 - ✓ à mostrar que o encaminhamento das situações tornaria possível a restituição de uma cronogênese correta dessas noções.
 - ✓ e à provar a proeminência do papel das situações sobre certos fatores “genéticos”.
- A experiência de estatística que apresentamos é aliás desse tipo. A estatística inferencial não está fora do alcance da escolaridade obrigatória

6. Conclusões

- Se a *teoria das situações*, ilustra algumas situações fundamentais típicas, começa a ser utilizada com sucesso por numerosos pesquisadores em didática e por professores de matemática.
- As aplicações em engenharia de processo e de currículos são muito menos frequentes.
- Provavelmente a razão desta fraqueza reside na dificuldade de experimentar e dominar os processos longos. Há portanto aí um amplo campo de reflexão que é necessário cultivar se quer fazer progredir o ensino de matemática na escolaridade obrigatória.

Macro-didática

- Exemplos de problemas de macrodidática:
 - A estatística na França
 - A numeração oral
- Exemplo de modelação de um fenómeno de macrodidática:
 - A acomodação informacional de uma sociedade relativa a um conhecimento matemático
- O campo da macro didática, vasto mas mal delimitado. Relações com a Antropo-didática

